

**IAG265-01-2013**  
**INTERFAZ GRÁFICA DE CÁLCULO DE MÓDULO DINÁMICO DE**  
**MEZCLAS Y ASFALTOS**  
**INTERFACE GRÁFICA DO CÁLCULO DO MÓDULO DINÂMICO DE**  
**MISTURAS BETUMINOSAS**

Paulina Leiva Padilla  
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica  
San José, Costa Rica  
[paulina.leivapadilla@ucr.ac.cr](mailto:paulina.leivapadilla@ucr.ac.cr)

Luis Guillermo Loría Salazar  
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica  
San José, Costa Rica  
[luis.loriasalazar@ucr.ac.cr](mailto:luis.loriasalazar@ucr.ac.cr)

Fabricio Leiva Villacorta  
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica  
San José, Costa Rica  
[fabricio.leiva@ucr.ac.cr](mailto:fabricio.leiva@ucr.ac.cr)

Alejandro Navas Carro  
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica  
San José, Costa Rica  
[alejandro.navas@ucr.ac.cr](mailto:alejandro.navas@ucr.ac.cr)

## **Resumen**

Para un análisis adecuado del desempeño de una estructura de pavimento flexible, es necesario considerar el comportamiento viscoelástico de la capa de rodadura, dependiente principalmente de la temperatura y velocidad de aplicación de la carga. El desarrollo de curvas maestras, es un elemento útil a la hora de determinar el valor de módulo de una mezcla o un asfalto a una temperatura y frecuencia de carga específica. Es por tanto que la presente investigación viene a dar a los profesionales en el área, una interfaz de cálculo que facilite la construcción de esta curva, a partir de los valores obtenidos del ensayo de módulo dinámico. Para tal objetivo se utilizó un lenguaje de programación, visualización y cálculo numérico, en el cual por medio de interfaces gráficas, se le da al usuario la opción de calcular los parámetros de la curva maestra en su forma general sigmoideal, y las propuestas en los modelos Christensen-Anderson (CA), Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM), Christensen-Anderson-Sharrock (CAS), por medio de diferentes ecuaciones de ajuste como lo son la ecuación de Arrhenius, William Landel Ferry, y la ecuación de Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS). Además es posible dar control al comportamiento de los resultados que se van obteniendo en el laboratorio. Esta herramienta es parte de un proyecto en desarrollo del Programa de Infraestructura del Transporte, del Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, de la Universidad de Costa Rica;

que pretende dar a los profesionales de la región, una opción que les permita diseñar con respecto a características propias.

## Resumo

Para uma análise adequada do desempenho duma estrutura de pavimento flexível, é necessário considerar o comportamento viscoelástico da camada de rolamento, que depende principalmente da temperatura e da velocidade de aplicação da carga. O desenvolvimento de curvas mestres é um elemento útil para determinar o valor do módulo duma mistura betuminosa ou dum asfalto a uma temperatura e frequência de carga específica. Portanto, esta investigação proporciona aos profissionais nesta área uma interface gráfica do cálculo que facilita a construção da curva mestre a partir dos valores obtidos do ensaio de módulo dinâmico. Para este fim foi utilizada uma linguagem de programação, visualização e cálculo numérico, no qual por meio de interfaces gráficas, o usuário tem a opção de calcular os parâmetros da curva mestre na sua forma geral sigmoidal e as propostas nos modelos Christensen-Anderson (CA), Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM), Christensen-Anderson-Sharroock (CAS), por meio de diferentes equações de ajuste, como a equação de Arrhenius, William Landel Ferry, e a equação de Susceptibilidade da Viscosidade-Temperatura (VTS). Também é possível controlar o comportamento dos resultados que se vão obtendo no laboratório. Esta ferramenta é parte dum projeto em curso do Programa da Infra-estrutura do Transporte do Laboratório Nacional de Materiais e Modelos Estruturais da Universidade da Costa Rica, que tem como objetivo proporcionar aos profissionais da região uma opção que lhes permita projetar com respeito às suas próprias características.

## INTRODUCCION

La capa asfáltica de los pavimentos flexibles está compuesta principalmente por material granular y asfalto. A esta combinación de materiales se le conoce como mezcla asfáltica.

El valor del módulo de rigidez de la mezcla asfáltica es dependiente de la temperatura y de la frecuencia de aplicación de la carga, es por esto que se le da el nombre de módulo dinámico ( $|E^*|$ ). Esta dependencia está asociada al comportamiento viscoelástico del ligante que compone la mezcla.

Por lo tanto el cálculo de un valor de módulo adecuado para las condiciones de temperatura, frecuencia y carga, debe convertirse en un insumo fundamental para el diseño y análisis de desempeño de las estructuras de pavimento flexible. Cabe resaltar, que típicamente los valores de módulo de rigidez usados en el análisis estructural de pavimentos han sido tomados de la literatura o correlaciones, asumiendo un comportamiento mecánico elástico-lineal, lo cual, es un supuesto bastante alejado de las condiciones mecánicas reales de los materiales asfálticos.

IMoDin 1.1 (Interfaz de cálculo del Módulo Dinámico), es una interfaz gráfica de cálculo, que viene a proveer a los diseñadores de pavimentos, una opción sencilla, aplicable, amigable, accesible, y de uso libre, que permite analizar datos de laboratorio del ensayo de módulo dinámico a la compresión uniaxial para la determinación del módulo dinámico particular para cada combinación de velocidad de carga y temperatura.

Esta interfaz construye la curva maestra de módulo dinámico de la mezcla y del asfalto a partir de datos de laboratorio. Además se provee de una serie de gráficos de control de inicio, por medio de los cuales se puede revisar la idoneidad de los datos de ensayo, junto con la posibilidad de obtener las correspondientes Series de Prony para otros tipos de análisis.

En el análisis que IMoDin 1.1 realiza, se utilizan diferentes modelos generales para construir la curva maestra como lo son: el Sigmoidal, el Christensen-Anderson (CA), el Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM), el Christensen-Anderson-Sharrock (CAS); y de ajuste, tales como: Arrhenius, William Landel Ferry (WLF), y la del modelo Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS).

## GENERALIDADES DE LAS CURVAS MAESTRAS PARA MEZCLAS ASFÁLTICAS

Para modelar la respuesta de las mezclas bituminosas se han utilizado convencionalmente dos funciones de forma principales, la potencial y la polinomial. Sin embargo, debido a que para valores altos y bajos de módulo estas funciones tienden a predecir valores irracionales cuando se usa extrapolación, se ha optado por usar la función sigmoidal para el ajuste de los datos de módulo dinámico, obtenidos a partir de ensayos a temperaturas que van desde los -18°C hasta los 55°C.

En el caso de los ligantes asfálticos, (Anderson y Christensen, 1992) desarrolló un modelo para la construcción de las curvas maestras, el cual también ha sido utilizado para asfaltos modificados. Este modelo inicial fue denominado Christensen-Anderson (CA) y posteriormente fue modificado como Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM) y como Christensen-Anderson-Sharrock. Estos tres modelos fueron implementados en el desarrollo de la interfaz de cálculo, y por tanto, serán descritos en las siguientes secciones.

### Ecuación general sigmoidal

Como se mencionó previamente, el uso de esta ecuación viene a dar una solución a los problemas generados con la ecuación polinomial y potencial, por medio de la construcción de una curva sigmoidal de ajuste no-lineal, que resuelve simultáneamente los coeficientes de la ecuación, y los factores de la función de ajuste de la frecuencia o tiempo reducido, como función de la temperatura (Witczak y Pellinen, 2002).

$$\log(|E^*|) = \delta + \frac{\alpha}{1 + e^{\beta + \gamma \log(f_r)}} \quad (1)$$

Donde:

$|E^*|$ : Módulo dinámico

$f_r$ : Frecuencia de carga a la temperature de referencia.

$\delta$ : Valor del módulo mínimo.

$\delta + \alpha$ : Valor del módulo máximo.

$\beta$  y  $\gamma$ : Parámetros que describen la forma de la curva sigmoidal.

### **Ecuación Christensen Anderson (Anderson y Christensen, 1992)**

Este modelo fue presentado en 1992 por Christensen y Anderson ante el Programa de Investigación Estratégica en Carreteras (SHRP, por sus siglas en inglés) y fue una derivación de la función de Weibel. Los modelos matemáticos se derivaron con base en una distribución de función logística para la descripción del espectro de relajación. Entonces la ecuación que describe el módulo complejo es la siguiente.

$$|G^*(\omega)| = G_g \left[ 1 + \left( \frac{\omega_c}{\omega} \right)^{\frac{\log 2}{R}} \right]^{-\frac{R}{\log 2}} \quad (2)$$

Donde:

$|G^*(\omega)|$ : Módulo complejo a cortante, Pa.

$\omega_c$ : Frecuencia de corte, rad/s.

R: Índice reológico.

### **Ecuación Christensen Anderson Marasteanu (Marasteanu y Anderson, 1999)**

El CA es un modelo sencillo, esto hizo que sus autores buscaran mejorarlo, específicamente en el sentido de que pudiese ser utilizado tanto para ligantes sin modificar como modificados, así como que contemplara el ajuste necesario del comportamiento del asfalto a bajas y altas temperaturas. De esta manera, en 1999, surge este nuevo modelo, que recibió el nombre Christensen Anderson Marasteanu (CAM). La ecuación de cálculo del módulo dinámico se presenta a continuación.

$$G^*(\omega) = G_o \left[ 1 + \left( \frac{\omega_o}{\omega} \right)^\beta \right]^{-\kappa/\beta} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{\ln \left( \frac{G_o}{2^\kappa} \right)}{\ln(G^*(\omega_o))} \quad (4)$$

Donde:

$G^*$ : Módulo complejo a cortante.

$G_o$ : Módulo cortante vítrio.

$\omega$ : Frecuencia reducida (rad/s).

$\omega_o$ : Frecuencia croosover, rad/s.

$\beta$  y  $\kappa$ : parámetros del modelo.

Este modelo se utiliza en la norma ASTM 6816 y AASTHO PP42, para la construcción de las curvas maestras en ligantes asfálticos, y se ajustan las variables  $\omega$ ,  $\beta$  y  $\kappa$ , asumiendo un valor de  $G_o$  constante ( $3 \times 10^3$  MPa).

## Ecuación Christensen Anderson Sharrock (Rowe y Sharrock, 2000)

Este modelo tiene la misma concepción que el modelo CAM descrito anteriormente. De hecho ambos se derivan de una ecuación más general propuesta por Sharrock y Bouldin en 1999, donde se ajustan los cuatro parámetros de esta ecuación general,  $G_o$ ,  $\omega$ ,  $\beta$  y  $\kappa$ . Para este caso las variables de ajuste son  $G_o$ ,  $\omega$  y  $\beta$ , asumiendo el valor de  $\kappa=-1$ .

$$G^*(\omega) = G_o \left[ 1 + \left( \frac{\omega_o}{\omega} \right)^\beta \right]^{-\kappa/\beta} \quad (5)$$

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{G_o}{2^\kappa}\right)}{\ln(G^*(\omega_o))} \quad (6)$$

Donde:

$G^*$ : Módulo complejo a cortante.

$G_o$ : Módulo cortante vítrio.

$\omega$ : Frecuencia reducida (rad/s).

$\omega_o$ : Frecuencia de corte, rad/s.

B: parámetro del modelo.

## Ecuaciones de ajuste de la curva

Los datos de ensayo obtenidos a diferentes temperaturas pueden ser ajustados, de manera que varias temperaturas puedan ajustarse en una sola curva maestra a una temperatura específica. Para este procedimiento comúnmente se aplica el denominado “Principio de Superposición Tiempo-Temperatura” (Ferry, 1980).

La ventaja de este procedimiento es que permite, por medio de interpolación, la determinación de valores de módulo a una temperatura y/o frecuencia específica, que son de gran utilidad tanto para el diseño como para el análisis de pavimentos.

Las funciones de Arrhenius, William Landel Ferry y Log-Lineal, se usan ampliamente para calcular el ajuste de curvas maestras de materiales viscoelásticos bituminosos. En IMoDin 1.1, las dos primeras ecuaciones han sido implementadas, y se ha agregado una función adicional que permite relacionar las propiedades del ligante obtenidas del procedimiento Superpave.

### *Ecuación de Arrhenius (Arrhenius, 1889)*

Esta ecuación es utilizada con la finalidad de comprobar la dependencia de la velocidad de las reacciones químicas con respecto a la temperatura. Esta ecuación fue propuesta en 1884 por J. H. Van't Hoff, y cinco años más tarde fue Svante Arrhenius, quien le dio justificación física e interpretación. Arrhenius argumentó que los reactivos deben tener una cantidad mínima de energía, llamada “Energía de Activación,  $E_a$ ”, para convertirse en productos a una cierta temperatura (Meneses, 2012). La forma generalizada de la ecuación utilizada para ajuste es la siguiente.

$$\eta = Ae^{\frac{E_a}{RT}} \quad (7)$$

Que puede transformarse por una serie de procedimientos matemáticos en la siguiente ecuación.

$$\text{Log}(a_T) = \frac{\Delta E_a}{19.14714} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \quad (8)$$

Donde:

$\eta$ : viscosidad del ligante.

A: Constante del modelo.

R: Constante universal de los gases ( $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ).

$a_T$ : Factor de ajuste horizontal.

$\Delta E_a$ : Energía de activación.

T: Temperatura del ensayo.

$T_r$ : Temperatura de referencia.

*Ecuación de William Landel Ferry (Williams et al., 1955)*

El fenómeno de transición cristalina a nivel molecular se ha pretendido explicar a través de la teoría del volumen libre. Esta teoría considera que para que se produzca un movimiento de un segmento polimérico hacia un sector adyacente se necesita que exista un volumen mínimo de vacíos (Meneses, 2012).

Es por esto que en 1980, John Ferry establece una relación analítica en este sentido, derivada de la ecuación empírica de Doolittle. La ecuación que representa su trabajo se muestra seguidamente.

$$\log(a_T) = -\frac{C_1(T - T_r)}{C_2(T - T_r)} \quad (9)$$

Donde:

$a_T$ : Factor de ajuste horizontal.

$C_1$  y  $C_2$ : Constantes del modelo.

T: Temperatura del ensayo, °F.

$T_r$ : Temperatura de referencia, °F.

*Ecuación de Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS) (Mirza & Witczak, 1995)*

La viscosidad se utiliza en ésta ecuación predictiva para describir los efectos de la temperatura y los factores de ajuste. La viscosidad para ligantes sin envejecer puede determinarse por medio de la relación definida en la siguiente ecuación.

$$\log(\log(\eta)) = A + VTS \log(T_R) \quad (10)$$

Donde:

$\eta$ : Viscosidad, centiPoise

$T_R$ : Temperatura, °Rankine

A: Intercepto de la regresión.

VTS (Susceptibilidad Viscosidad-Temperatura): Pendiente de la curva de regresión.

Esta relación lineal permite la caracterización de la viscosidad del ligante en un amplio rango de temperaturas y se recomienda utilizar solo para ligantes sin modificar.

Los factores de ajuste pueden ser determinados directamente de estos parámetros, a través de la siguiente ecuación.

$$\log(a_T) = c(10^{A+VTS \log(T_R)} - 10^{A+VTS \log(T_{R0})}) \quad (11)$$

Donde:

$a_T$ : Factor de ajuste horizontal.

c: Constante.

$T_R$ : Temperatura de interés, °Rankine

$T_{R0}$ : Temperatura de referencia, °Rankine.

Para dar mayor precisión a los valores de los coeficientes de ajuste, se construye posteriormente un polinomio de grado dos con la temperatura, de la siguiente manera (Zhu, Sun, ASCE, Yang, Chen, & Gu, 2011)

$$\log(a_T) = aT^2 + bT + c \quad (12)$$

Donde:

$a_T$ : Coeficiente de traslación horizontal.

a, b y c: coeficientes de regresión.

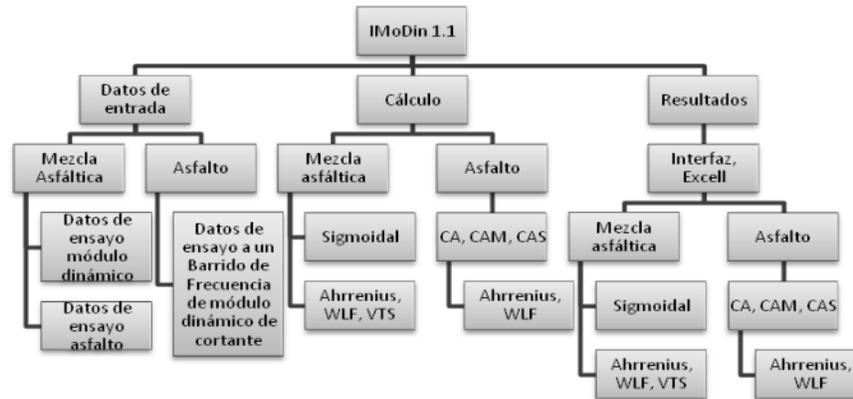
T: Temperatura del ensayo, °F.

$T_r$ : Temperatura de referencia, °F.

## INTERFAZ DE CÁLCULO

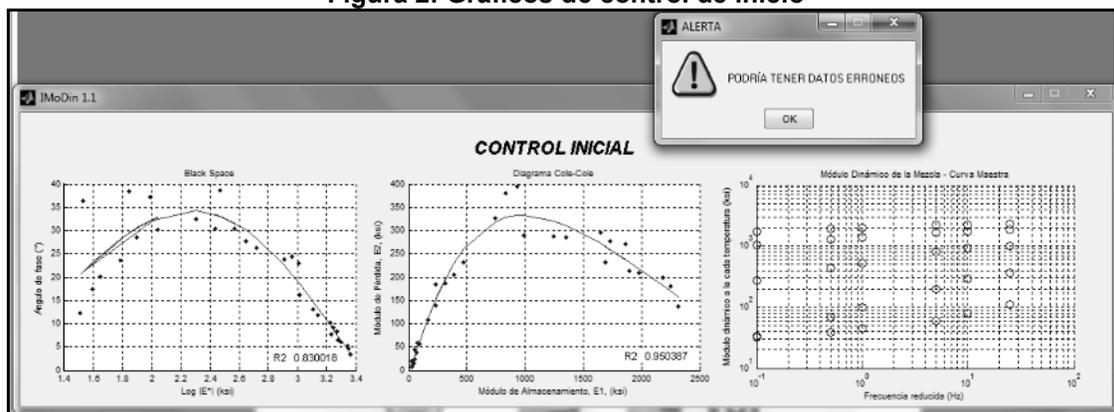
La interfaz de cálculo que se propone en esta investigación, se compone de tres módulos principales, con sus respectivos elementos. El siguiente mapa conceptual, muestra en resumen el esquema general que compone la interfaz.

**Figura 1: Esquema general de la interfaz de cálculo**



El primero módulo es el de “Datos de entrada”; dentro de este módulo, el usuario debe introducir los datos de volumetría (Vacíos en el Agregado Mineral, VMA y Vacíos Llenos de Asfalto, VFA), razón de Poisson, ensayo de módulo dinámico de la mezcla asfáltica (temperaturas, frecuencia de aplicación de la carga, módulo de rigidez, ángulo de fase), y/o reología del asfalto (temperatura, módulo de cortante dinámico, ángulo de fase). Al salir de este módulo, la interfaz le muestra al usuario tres gráficos para el control inicial de los datos, el “Black Space”, que relaciona el valor del Logaritmo del módulo de rigidez con el ángulo de fase; el Diagrama de Cole-Cole, que grafica el comportamiento del valor del módulo de almacenamiento (parte real) con el de pérdida (parte imaginaria) y finalmente un gráfico que permite observar el comportamiento de los datos obtenidos del ensayo. Como se puede observar en la Figura 2, la interfaz le da alertas al usuario cuando los datos no están siendo apropiados.

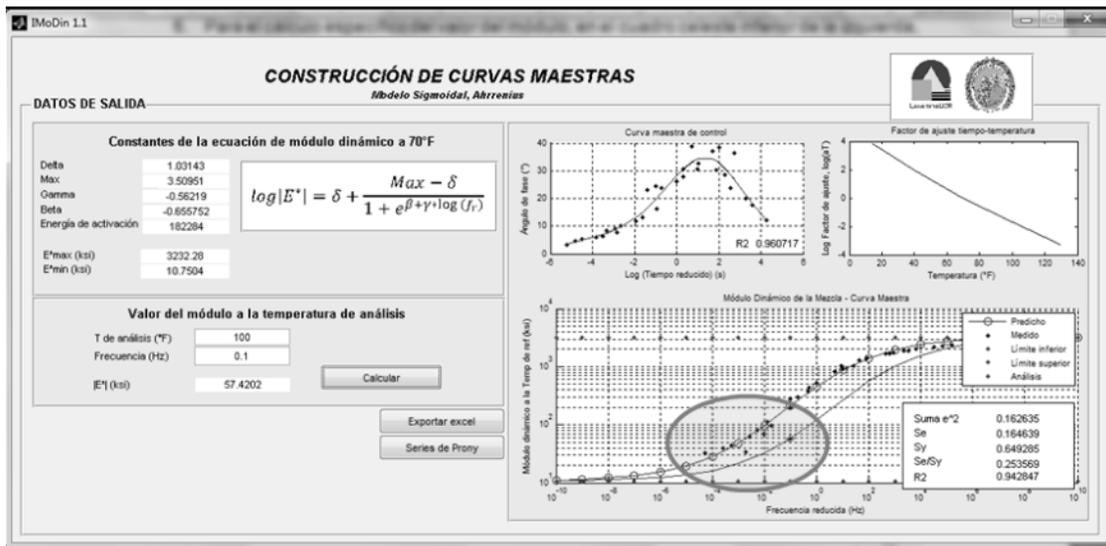
**Figura 2: Gráficos de control de inicio**



El segundo módulo se refiere al cálculo de la curva y los parámetros que la definen, según el tipo de material y modelo de análisis que se desee elegir (Sigmoidal, CA, CAM, CAS, Ahrrenius, WLF, VTS). Estos modelos fueron descritos anteriormente.

Y el tercero y último módulo muestra los resultados obtenidos del proceso de cálculo. En la Figura 3, se puede observar un ejemplo de salida de los resultados obtenidos del análisis de datos obtenidos en laboratorio.

Figura 3: Datos obtenidos del proceso de cálculo



Los datos mostrados en la Figura 3, corresponden al mismo ejemplo mostrado en la Figura 2 (se continúa con el análisis con la finalidad de mostrar el alcance del programa); se reitera en esta ocasión que los datos obtenidos no tienen un comportamiento apropiado (el círculo en rojo muestra los datos que podrían estar afectando el análisis y por tanto debería repetirse el ensayo en tales condiciones), en estos casos, el programa le da al usuario una serie de alertas que le comunicarán lo que sucede, sin embargo le permite realizar el cálculo e identificar de alguna manera el problema.

Este módulo permite calcular el valor del módulo de rigidez considerando un par frecuencia y temperatura determinado, que es un elemento determinante en el diseño de pavimentos. En la Figura anterior, en el cuadro inferior izquierdo se muestra el resultado del módulo obtenido para una temperatura de 100°F y una frecuencia de 0.1 Hz, que corresponde en este caso a un valor de 57 ksi.

El usuario también puede optar por exportar los datos del análisis a un documento de Excel, presionando el botón "Exportar excel", además puede también calcular las Series de Prony correspondientes al presionar en este caso el botón "Series de Prony".

## CONCLUSIONES

La interfaz expuesta en las secciones anteriores, es una herramienta que logra cumplir con el objetivo de ayudar a mejorar la labor desempeñada por los ingenieros de pavimentos en diseño. Con esta herramienta se logra describir de una manera sencilla y útil, el comportamiento dinámico del valor del módulo de las mezclas asfálticas y los asfaltos.

El análisis desarrollado por la interfaz es bastante completo, ya que permite, tanto al ingeniero diseñador como al ingeniero encargado de analizar los datos de laboratorio, obtener un amplio panorama del comportamiento de la mezcla asfáltica y del asfalto, a partir de los resultados obtenidos en laboratorio.

Este es el primero de los esfuerzos que actualmente se están desarrollando en el PITRA del LanammeUCR, con el objetivo de dar una herramienta útil en el diseño a los profesionales en pavimentos de la región. Se espera a futuro, contar con una herramienta más completa que logre la introducción de las diferentes variables que describen el comportamiento mecánico de los pavimentos, y así de esta manera, acercar los diseños a las condiciones reales desarrolladas en campo, en aras de beneficiar a toda la sociedad de la región.

## REFERENCIAS

- Anderson, D., y Christensen, D. (1992). Interpretation of Dynamic Mechanical Test Data for Paving. *J. Assoc. Asph. Paving Technol.* , págs. Vol. 61, pp. 67–116.
- Arrhenius, S. (1889). *Zeit. für Physik. Chem.* 4, 226-248.
- Ferry, J. (1980). *Viscoelastic Properties of Polymers*. New York: John Wiley Interscience, 2nd edition.
- Marasteanu, M., y Anderson, D. (1999). Improved Model for Bitumen Rheological Characterization. Luxembourg: Eurobitume Workshop on Performance Related Properties for Bitumen Binder.
- Meneses, M. (2012). Pruebas aceleradas para la fiabilidad de materiales. Superposición Tiempo/Temperatura. Coruña, España: Proyecto presentado en el cumplimiento de los requisitos para culminar el Master en Técnicas Estadísticas de la Universidad de La Coruña.
- Mirza, M., y Witczak, M. (1995). Development of a Global Aging System for Short and Long Term Aging of Asphalt Cements. *Journal of the Association of Asphalt Paving* , págs. No. 64, pp. 393–430.
- Rowe, G., & Sharrock, M. (14 - 15 de August de 2000). Development of Standard Techniques for the Calculation of Master Curves for Linear-Visco Elastic Materials. The 1st International Symposium on Binder Rheology and .
- Williams, M., Landel, R., y Ferry, J. (1955). *Journal of American Chemical Society*, 77, 3701 .

Witczak, M., y Pellinen, T. (2002). Simple Performance Test for Superpave Mix Design. Washington, D.C.: NCHRP Report 465, Transportation Research Board.

Zhu, H., Sun, L., ASCE, M., Yang, J., Chen, Z., y Gu, W. (February de 2011). Developing Master Curves and Predicting Dynamic Modulus of Polymer-Modified Asphalt Mixtures. American Society of Civil Engineers. JOURNAL OF MATERIALS IN CIVIL ENGINEERING .

Hajj, E., Souliman, M., Zia, M., y Loria, L. (2013). Influence of BituTech RAP bio-asphalt on viscoelastic properties of reclaimed asphalt mixtures. Transportation Research BNoarb.