

SIMULACIÓN DEL ENSAYO MARSHALL MEDIANTE LA METODOLOGÍA DEL ELEMENTO FINITO

Paulina Leiva Padilla¹, Luis Guillermo Loria Salazar²,
Jorge Arturo Castro Ortiz³, José Pablo Aguiar Moya⁴

¹Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, paulina.leivapadilla@ucr.ac.cr

²Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, luis.loriasalazar@ucr.ac.cr

³Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, jorgecastro04@hotmail.com

⁴Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, jose.aguiar@ucr.ac.cr

Resumen

El fenómeno de la deformación permanente en pavimentos está relacionado directamente con dos mecanismos de falla: funcional, por el desplazamiento de la mezcla, debido a la pérdida de su resistencia al corte y estructural por la pérdida de la capacidad mecánica de la estructura.

Tomando en cuenta el primer mecanismo, es justificable hablar de la cohesión y el ángulo de fricción como propiedades fundamentales intrínsecas de permiten describir el comportamiento mecánico de las mezclas asfálticas. Valores bajos de cohesión, por ejemplo, indican que la temperatura de la mezcla es alta y el asfalto ha perdido resistencia, producto de su comportamiento viscoelástico, siendo por tanto el agregado, a través de su ángulo de fricción, el que aporta resistencia al corte en la mezcla; entre otros factores. En este sentido, valores altos de ángulo de fricción están generalmente asociados a agregados con mejor cubricidad y rugosidad superficial, que son las condiciones más deseables para garantizar una mejor estabilidad de las mezclas.

Considerando que por muchos años se ha utilizado la metodología Marshall en el diseño de mezcla, se hace importante estudiar el efecto que la cohesión y el ángulo de fricción generan en la determinación de la estabilidad y el flujo que la mezcla debe desarrollar.

Con base en lo anterior, el presente documento muestra los resultados obtenidos de un estudio paramétrico desarrollado mediante la simulación numérica del ensayo Marshall ante la variación de los parámetros 1) cohesión, 2) ángulo de fricción, 3) módulo y 4) velocidad de aplicación de la carga, para la determinación de la resistencia de la mezcla.

Los resultados muestran concordancia con los comentarios anteriormente expuestos, y dan los lineamientos para establecer recomendaciones alternativas al diseño tradicional Marshall, con la finalidad de darle a este procedimiento empírico, el carácter mecánico que se requiere, en la fundamentación de metodologías propias de la rama de la ingeniería como tal.

Palabras clave: cohesión, ángulo de fricción, ensayo Marshall, elemento finito

1 Introducción

Los primeros usos de las propiedades cohesión (C) y ángulo de fricción (ϕ) en el diseño de mezcla asfáltica se dieron en los años cincuenta, con una serie de investigaciones entre las que podemos citar las de McLeod [1], Smith [2], Endersby [3] y Geotz [4].

Dentro de los métodos propuestos, uno de los más aceptados fue el expuesto por Smith [2]. Este consiste en una serie de consideraciones teóricas y matemáticas fundamentales en el desarrollo de un sistema cerrado de ensayos triaxiales de compresión adecuado a mezclas

asfálticas, que es capaz de proveer las propiedades cohesión (C) y ángulo de fricción (ϕ) del material, enfoque fundamental para la medición del comportamiento de esfuerzo-deformación y las propiedades de corte y estabilidad de la mezcla. Sin embargo, debido a la compleja naturaleza del método triaxial con respecto al empírico Marshall existente, la adaptación del ensayo en esa época recibió poca aceptación en las organizaciones de carreteras.

Posteriormente, con los avances en la eficiencia y capacidad de análisis de las computadoras, en la rama de la ingeniería se han desarrollado programas de análisis que utilizan la metodología de elementos finitos para la realización de análisis complejos en tiempos cortos, con gran precisión en los resultados obtenidos y costos de inversión menores a los que podría requerirse en la ejecución de un esquema de ensayos completo. Es por esto que, investigaciones más recientes [5,6] han propuesto metodologías para la determinación de la estabilidad y flujo Marshall en el diseño de mezcla, mediante análisis paramétricos de variación en los valores de cohesión y ángulo de fricción.

Las tendencias más recientes en modelación de mezcla asfáltica, incluyen la caracterización de sus propiedades viscoelásticas -que definen la dependencia del módulo como función de la velocidad de aplicación de la carga y la temperatura-, a través de los parámetros Prony, obtenidos de las curvas maestras de módulo dinámico.

La presente investigación pretende mostrar los resultados obtenidos del proceso de simulación matemática mediante elemento finito del ensayo Marshall realizado a tres tipos de mezclas asfálticas de laboratorio: original y modificada con polímeros SBS y SBR. Para este objetivo, se realizó adicionalmente el ensayo de módulo dinámico y triaxial de Smith, con la finalidad de validar el modelo de elemento finito desarrollado.

2 El fenómeno de deformación permanente en las mezclas asfálticas

La deformación permanente en las mezclas asfálticas puede ser desarrollada por dos mecanismos principales: la falla del paquete estructural o la falla por resistencia al corte de la mezcla (Figura 1).

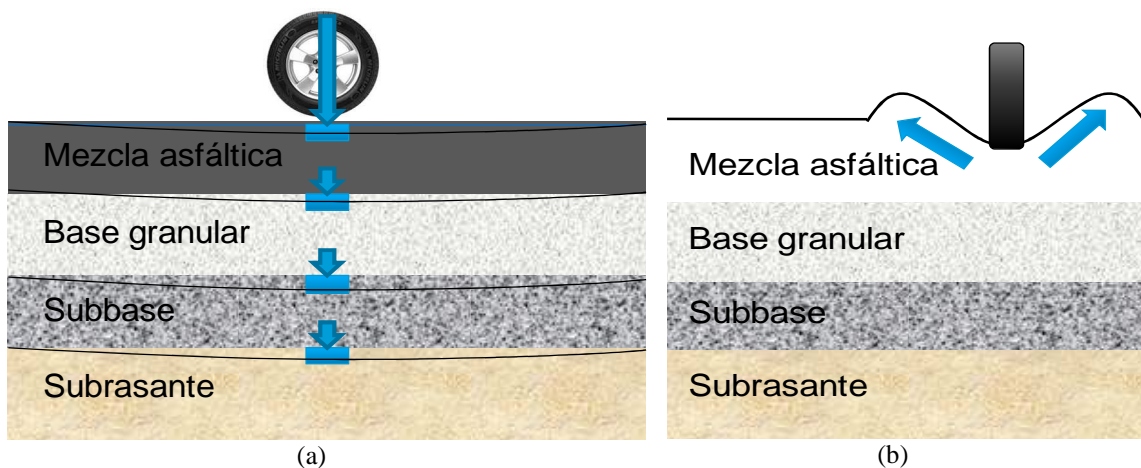


Figura 1 Mecanismos de falla por deformación permanente (a) falla del paquete estructural y (b) falla de la resistencia al corte

Considerando el segundo mecanismo anteriormente mencionado, es posible mencionar la mecánica de suelos donde la resistencia al corte de los materiales ha sido tradicionalmente representada mediante la teoría de ruptura de los materiales definida en 1900 por Mohr. Según esta teoría, la falla de un material se da por la combinación crítica de los esfuerzos normales y cortantes que se ejercen en un material. Esta relación entre los esfuerzos normales y cortantes,

fue propuesta por Coulomb en 1776, según se muestra en la Ecuación 1, generalmente conocida como el criterio de falla de Mohr-Coulomb [7].

$$\tau = C + \sigma \tan \phi \quad (1)$$

donde, C : cohesión y ϕ : ángulo de fricción.

El criterio de falla de Mohr, se define a partir de la cohesión y el ángulo de fricción de un material que pueden ser obtenidos mediante un ensayo de compresión triaxial: evaluado en un espécimen cilíndrico, ante la aplicación de una carga desviadora estática hasta la falla, según se muestra en la Figura 2.

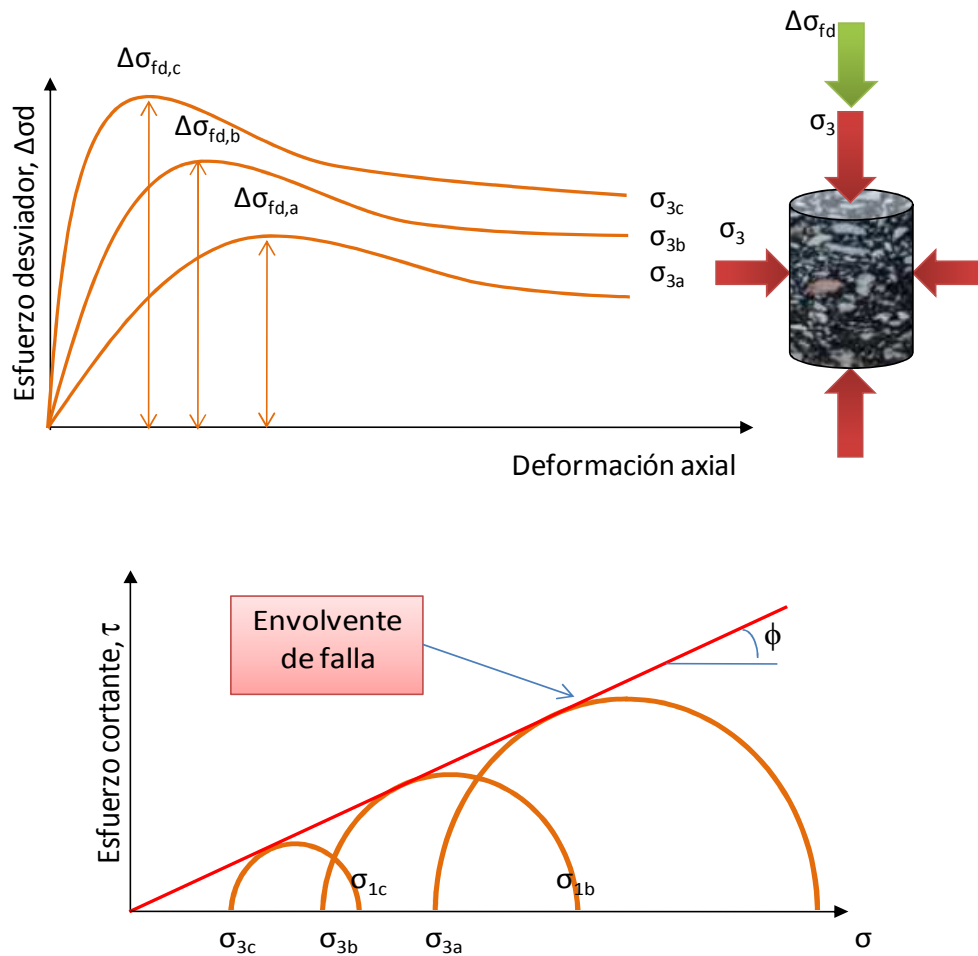


Figura 2 Envolvente de falla de Mohr-Coulomb

En los pavimentos flexibles, la falla por corte ocurre en los primeros 100 mm de la superficie del pavimento y puede darse a profundidades mayores si se utilizan materiales que no son adecuados [8]. Por lo general, la deformación permanente que se genera por este mecanismo de falla se desarrolla en la forma de depresiones y levantamientos del material de forma longitudinal al tránsito.

La evaluación de la deformación permanente en las mezclas asfálticas puede ser realizada mediante pruebas fundamentales, como es el caso de las pruebas triaxiales y uniaxiales-confinadas e inconfiadas, de fluencia o carga repetida y resistencia al corte-; empíricas, como el ensayo Marshall y el Hveen; y de rueda de carga, entre las que se pueden mencionar el

Analizador de Pavimentos (APA, por sus siglas en inglés), la rueda de Hamburgo, y los ensayos acelerados de pavimentos (APT, por sus siglas en inglés).

2.1 Ensayo Marshall

El método de diseño de mezcla Marshall fue desarrollado por Bruce Marshall en 1930 para el Departamento de Carreteras de Mississippi, siendo ampliamente utilizado entre 1950 y 1980 para el diseño de mezcla. Posteriormente, fue adoptado y mejorado por el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos, ante la necesidad de mejorar la calidad de la mezcla asfáltica de sus aeropuertos, sometida a grandes y pesadas aeronaves durante la II Guerra Mundial[9].

El objetivo principal del método Marshall es seleccionar el contenido de asfalto óptimo para la mezcla, de manera que se logren obtener las propiedades de volumetría requeridas: Va (% de vacíos de aire) y VMA (vacíos en el agregado mineral), y que se satisfaga los requerimientos mínimos de estabilidad y flujo, evaluados mediante un procedimiento empírico que permite determinar la resistencia y flexibilidad de la mezcla.

El ensayo de estabilidad y flujo Marshall, para la evaluación de la rigidez máxima del material y la deformación asociada, se definen bajo los lineamientos establecidos en las normas AASHTO T 245-97 y ASTM D6927. Este ensayo consiste en aplicara una probeta cilíndrica de mezcla condicionada a una temperatura de 60°Cuna carga a una velocidad constante de 5,08 cm/minhasta la resistencia máxima de falla.

2.2 Ensayo triaxial de Smith

El ensayo triaxial es una prueba utilizada en la mecánica de suelos para la caracterización de las propiedades mecánicas fundamentales: cohesión y ángulo de fricción, utilizadas en la definición de la resistencia al corte de los suelos.

La primera publicación de este ensayo fue realizada por la Revista de Ingenieros y Arquitectos de Hungría en 1910 por el húngaro Tódor Kármán. Inicialmente se desarrolló en rocas, específicamente mármol y arenisca, y luego se utilizó en suelos. Posteriormente, fue estandarizado bajo las normas ASTM D4767-04 y por ASTM D2850-03a.

El ensayo consiste en aplicar un esfuerzo desviador de compresión hasta la falla, a un espécimen cilíndrico acondicionado a una presión de confinamiento constante. A partir de esta información se puede obtener los esfuerzos principales para la definición de la envolvente de falla, tal como fue expuesto en secciones previas (Figura 2).

La primera aplicación del ensayo triaxial a mezclas asfálticas fue en el año 1951 con las investigaciones de Smith [2] en el tema. Sin embargo, por la poca aceptación del uso de la metodología, aún no cuenta con una normativa estándar que defina la forma en que debe ser realizado, forzando a utilizar una adaptación de las normativas definidas para suelos, junto con las capacidades y posibilidades de los equipos triaxiales utilizados para la obtención del módulo dinámico y la deformación permanente para la caracterización de la cohesión y el ángulo de fricción de las mezclas.

El concepto de estabilidad de Smithconsiste en la definición de un criterio de verificación del desempeño mecánico del diseño de mezcla, a través del análisis de los parámetros cohesión y ángulo de fricción, de dos clases de mezclas puestas en campo: satisfactorias -aquellas que desarrollaron una deformación permanente excesiva- y no satisfactorias -cuyo desempeño a deformación permanente fue mejor- (Figura 3) [5].

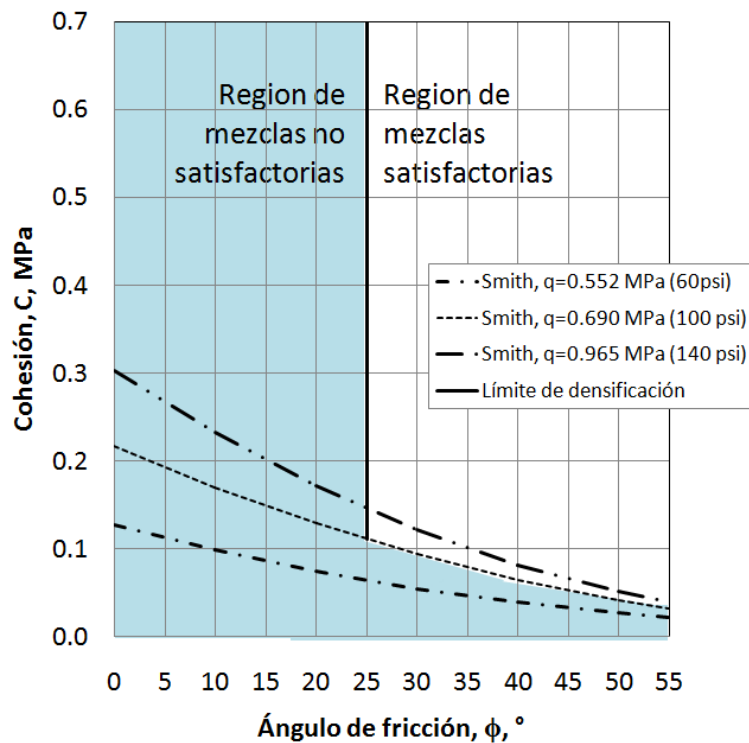


Figura 3 Criterio de Smith para verificación del desempeño de mezclas[5, modificado y adaptado por los autores]

La propuesta de Smith utiliza el concepto de la falla al corte de Mohr - Coulomb, definiendo la resistencia según la Ecuación 2.

$$S_{smith} = C + q * \tan \phi \quad (2)$$

donde, S_{smith} : resistencia al corte, q : presión de inflado (fija de 690 kPa) y C y ϕ : definidos anteriormente.

3 Metodología

El trabajo de la investigación se desarrolló en dos partes: 1) la simulación del ensayo de estabilidad y flujo Marshall, mediante la metodología de elemento finito, y 2) su validación mediante la ejecución de ensayos de caracterización de los modelos constitutivos de los materiales y del ensayo Marshall en laboratorio aplicado a tres mezclas costarricenses.

En la primera parte de modelación con elemento finito, la geometría utilizada consiste en la representación de un cuarto de probeta Marshall y sus placas de acero, tomando en cuenta los ejes de simetría que el sistema puede definir en la dirección de la aplicación de la carga y perpendicular a esta, con la finalidad de reducir el tiempo computacional y refinar el mallado que se puede utilizar en el análisis (Figura 4a y 4b). Se aplicó una carga vertical a un paso de tiempo constante, para determinar el valor de flujo obtenido ante el aumento del valor de la carga aplicada.

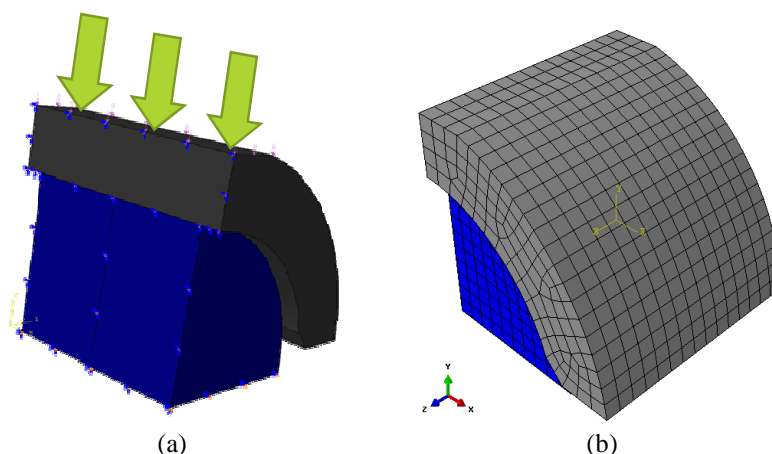


Figura 4 Modelo FEM de ensayo Marshall (a) geometría y condiciones de frontera y simetría y (b) mallado

El acero de las placas, fue caracterizado a través de valores típicos de módulo y razón de Poisson de este material, considerando que por su capacidad mecánica se comportará de manera elástica durante el ensayo, por el rango de sollicitud que se le aplica y su capacidad de respuesta. Para el caso de la mezcla asfáltica, se establecieron rangos de los valores de módulo, ángulo de fricción y cohesión que se muestran según la Tabla 1. Se supone que las propiedades de contacto no tienen influencia en los resultados, por lo que se considera una componente normal y tangente de interacción completa.

Tabla 1 Propiedades mecánicas de los materiales utilizados en el modelo

Material	Módulo (MPa)	Ángulo de fricción (°)	Cohesion (MPa)	Razón de Poisson
Acero	200 000	-	-	0.35
Mezcla asfáltica	Variable (50 MPa - 500 MPa)	Variable (10° - 40°)	Variable (0.4MPa - 0.5 MPa)	0.45

En la segunda parte, para el proceso de validación, se obtuvieron los valores de módulo, cohesión y ángulo de fricción del ensayo de módulo dinámico y triaxial de Smith para la caracterización de los modelos constitutivos del material de mezcla asfáltica. Así como, el ensayo de estabilidad y flujo Marshall para la comparación de las respuestas del ensayo de laboratorio con las ecuaciones de regresión estadística obtenidas del modelo del análisis paramétrico con elemento finito (Tabla 2).

Tabla 2 Propiedades mecánicas para validación

Mezcla	Ángulo de fricción (°)	Cohesión (MPa)	Módulo (MPa)	Flujo Ensayo (kN)	Estabilidad Ensayo (kN)
SBR	26.4	0.66	114	3.4	17
SBS	34.2	0.58	179	3.7	18
Original	38.8	0.33	62	4.0	18

4 Resultados

Como resultado del análisis paramétrico de las variables definidas en la Tabla 1, la Figura 5 y la Figura 6 muestran las tendencias desarrolladas por el modelo de análisis. Es posible observar que ante el aumento en los valores de ángulo de fricción y cohesión, la mezcla desarrolla una mayor resistencia, al requerir una mayor aplicación de carga a la falla, comportamiento que

concuenda con la definición descrita en apartados previos con respecto a la resistencia al corte de materiales. Por otro lado, se observa que el módulo del material no afecta directamente la estabilidad a la falla de la mezcla, y por tanto la carga que soporta, sino más bien es su integridad la que cambia, por el incremento en la deformación desarrollada.

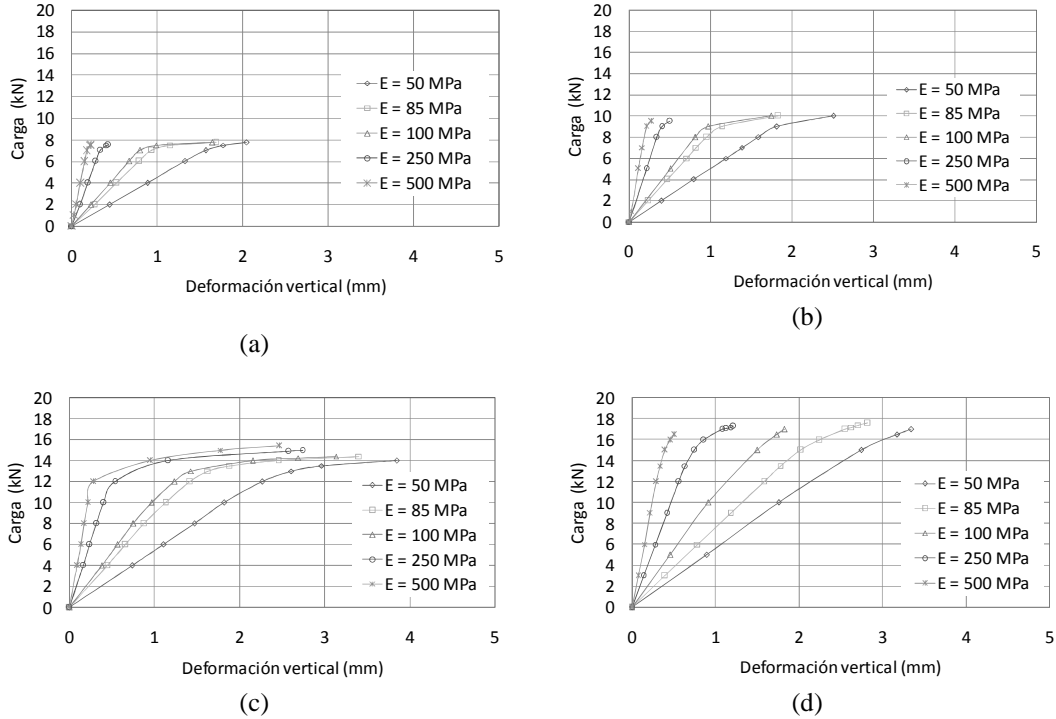


Figura 5 Resultados de modelo de estabilidad y flujo Marshall $C=0.5$ MPa, (a) $\phi = 10^\circ$, (b) $\phi = 20^\circ$, (c) $\phi = 30^\circ$, (d) $\phi = 40^\circ$

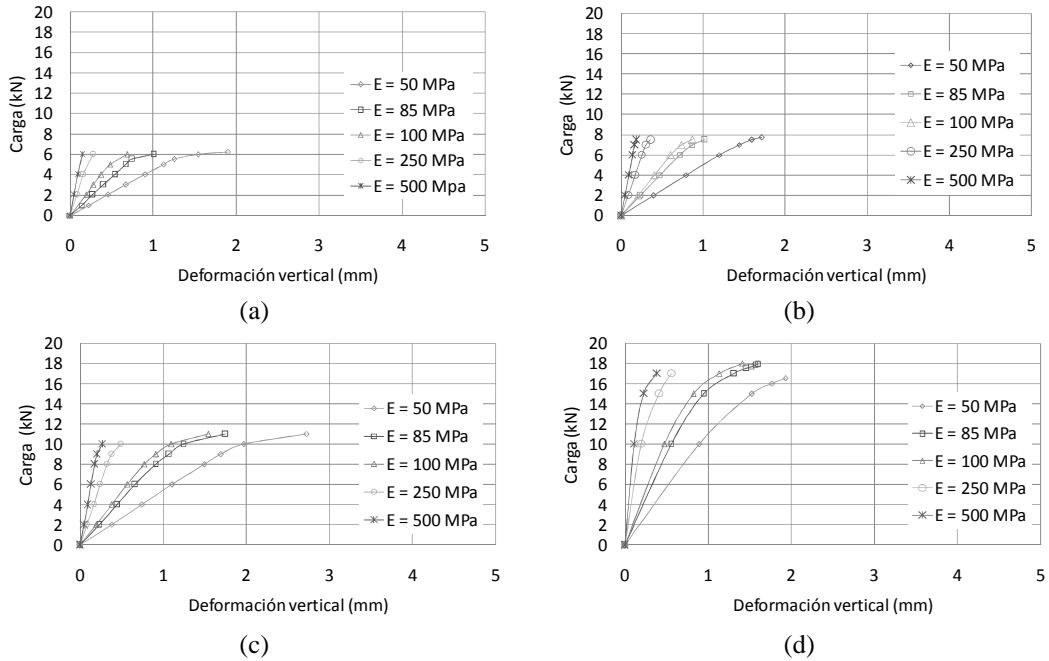
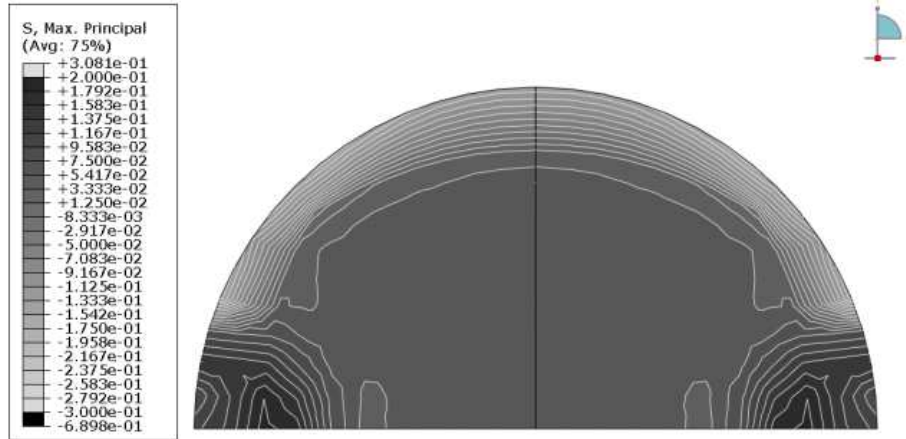
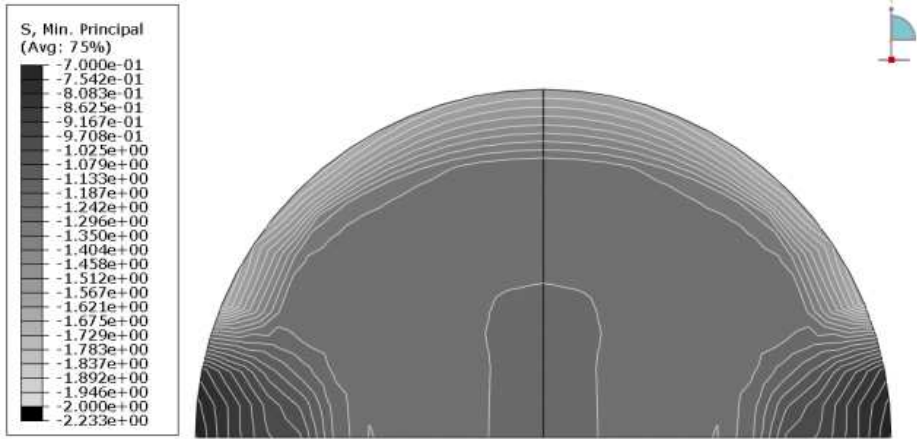


Figura 6 Resultados de modelo de estabilidad y flujo Marshall $C=0.4$ MPa (a) $\phi = 10^\circ$, (b) $\phi = 20^\circ$, (c) $\phi = 30^\circ$, (d) $\phi = 40^\circ$

Seguidamente, con la finalidad de observar la distribución de los esfuerzos principales menores y mayores desarrollados en la probeta, en la Figura7 se muestra que la mayor concentración de esfuerzos en compresión ocurre en la interfaz molde-probeta, mientras que en la sección central, se desarrollan esfuerzos los mayores esfuerzos de tensión.



(a)



(b)

Figura7 Esfuerzos principales (a) mayores y (b)menores en el espécimen de ensayo Marshall

Posteriormente, tomando en cuenta los valores de la base de datos generada, se realizó el análisis de correlación que se muestra en la Tabla 3 entre las variables para la determinación de modelos predictivos del valor de estabilidad y flujo de la mezcla la Ecuación 3 y Ecuación 4.

Tabla 3 Correlación entre variables

	Módulo	ϕ	Cohesión	Estabilidad	Flujo	LOG(E)	LOG(C)	ϕ	ϕ^2	LOG(S)	LOG(F)
Módulo	1.00										
ϕ	0.15	1.00									
Cohesión	0.33	0.05	1.00								
Estabilidad	-0.03	0.85	-0.08	1.00							
Flujo	-0.47	0.25	0.05	0.25	1.00						
LOG(E)	0.87	0.12	0.28	-0.03	-0.75	1.00					
LOG(C)	0.33	0.05	1.00	-0.08	0.05	0.28	1.00				
ϕ	0.15	1.00	0.05	0.85	0.25	0.12	0.05	1.00			
ϕ^2	0.14	0.99	0.05	0.89	0.25	0.12	0.05	0.99	1.00		
LOG(S)	-0.03	0.83	-0.05	0.99	0.26	-0.04	-0.05	0.83	0.87	1.00	
LOG(F)	-0.77	0.13	-0.14	0.22	0.87	-0.94	-0.14	0.13	0.13	0.23	1.00

$$\text{Log}(S) = 0.752 - 0.0365 * \text{Log}(E) - 0.206 * \text{Log}(C) + 0.0126 * \phi \quad (3)$$

$$R^2 = 0.71, R^2_{ajustado}=0.69$$

$$\text{Log}(F) = -1.522 - 0.789 * \text{Log}(E) - 0.001 * \phi^2 \quad (4)$$

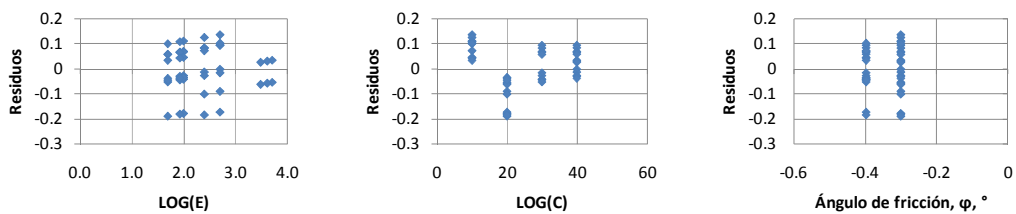
$$R^2 = 0.94, R^2_{ajustado}=0.94$$

donde, S : estabilidad, kN, F : flujo, mm, E : módulo, MPa, C y ϕ : definidos anteriormente.

Para ambas ecuaciones, de acuerdo a los valores-p de la Tabla 4, a un 95% de confianza se evidencia que el logaritmo del módulo y la cohesión, no son variables representativas en la determinación de la estabilidad. Por tanto, se procedió a verificar el cumplimiento del supuesto de homocedasticidad en ambos modelos como se muestra en la Figura 8, dándose evidencia a un 95% de confianza que se incumple con este supuesto en ambos casos según la tendencia que muestran los de los residuales con respecto a las variables. En complemento a lo anterior, se realiza el ajuste de los errores cuadrados contra las variables del modelo, donde se obtienen valores de $nR^2=7.94$ y $nR^2=8.71$ para la verificación del cumplimiento del supuesto de homocedasticidad de los residuos, ambos mayores al valor $\chi^2(0.05,2) = 5.991$, situación que no afirma con certeza la existencia de heterocedasticidad. Sin embargo, se consideró la corrección de la varianza para la verificación de la significancia de las variables, por medio de la matriz de White (procedimiento para corregir los errores asociados al modelo cuando no se cumple el supuesto de homocedasticidad).

Tabla 4 Modelos OLS propuestos

		Coefficientes	Error estándar	Estadístico t	Probabilidad
Estabilidad	Intercepción	0.752	0.133	5.667	1.19E-06
	LOG(E)	-0.0365	0.0242	-1.506	1.40E-01
	LOG(C)	-0.206	0.296	-0.696	4.90E-01
	ϕ	0.0126	0.0012	10.214	5.93E-13
Flujo	Intercepción	1.587	0.073	21.836	6.75E-25
	LOG(E)	-0.815	0.030	-27.426	7.14E-29
	ϕ^2	2.076E-04	3.099E-05	2.833	2.25E-08



(a) Modelo estabilidad



(b) Modelo flujo

Figura 8 Verificación del supuesto de homocedasticidad

Corrigiendo consecuentemente la matriz de la varianza por el método de White, se determina finalmente con base en lo indicado en Tabla 5 que sus variables son representativas al 95% de confianza, haciendo la bondad de ajuste aceptable, para el uso de los modelos como el complemento mecánico que requiere la metodología empírica de diseño de mezcla Marshall.

Tabla 5 Corrección de los modelos OLS propuestos, GLS

		Coefficientes	Estadístico t	Probabilidad
Estabilidad	Constante	0.752	47.113	5.46E-38
	LOG(E)	-0.0365	-16.600	4.64E-20
	LOG(C)	-0.206	-6.142	2.48E-07
	ϕ	0.0126	149.240	7.18E-59
Flujo	Constante	1.587	21.823	6.91E-25
	LOG(E)	-0.815	-27.411	7.30E-29
	ϕ^2	2.076E-04	6.834	2.24E-08

Como parte del proceso de validación del modelo de elemento finito realizado, en la Tabla 6 se muestran los resultados obtenidos del ensayo Marshall en laboratorio a tres mezclas costarricenses: original y modificada con SBS y SBR, con respecto a los estimados a partir de los modelos anteriores obtenidos la modelación con elemento finito. Para la caracterización de los parámetros de entrada (módulo, ángulo de fricción y cohesión de la mezcla), se realizó el ensayo de módulo dinámico y triaxial de Smith. Los errores porcentuales entre los datos de los modelos y los obtenidos de laboratorio son aceptables, por lo que se considera que el modelo es adecuado.

Tabla 6 Validación del modelo de FEM

Mezcla	Flujo			Estabilidad		
	Ensayo (kN)	FEM (kN)	Error	Ensayo (kN)	FEM (kN)	Error
SBR	3.4	4.1	0.20	17	11.1	0.34
SBS	3.7	3.6	0.03	18	14.1	0.22
Original	4.0	2.7	0.32	18	18.8	0.05

Finalmente, se evalúa la calidad de la mezcla ensayada para el proceso de validación, mediante el gráfico de Smith de la Figura 9, los resultados determinan que estas mezclas cumplen con los requisitos de desempeño para ser clasificadas como mezclas satisfactoria a nivel mecánico.

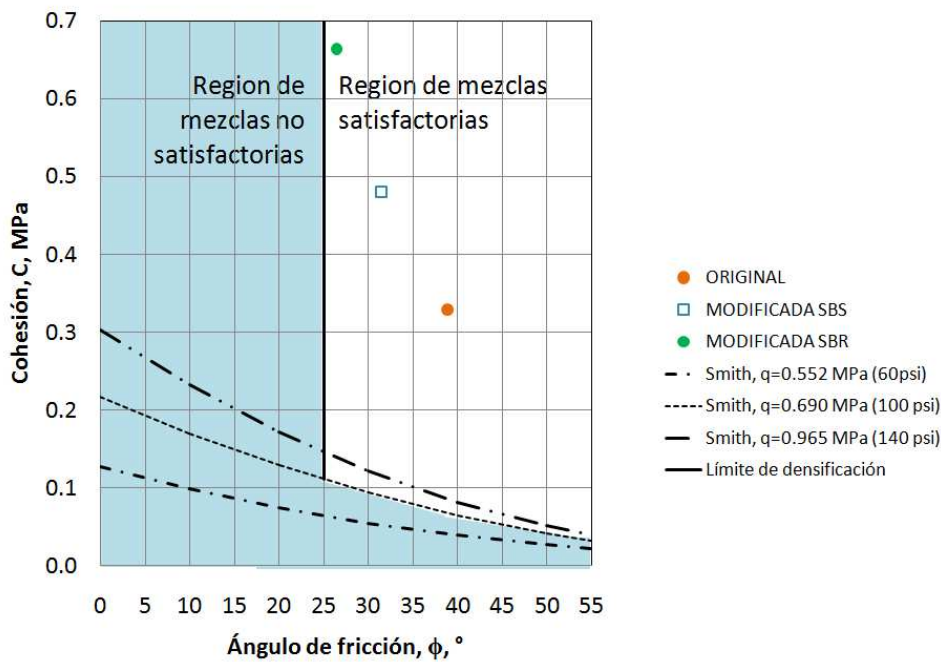


Figura 9 Gráfico de Smith para mezcla de laboratorio costarricense

5 Conclusiones y recomendaciones

La investigación presentada permite mostrar una forma mecánica de complementar la metodología de diseño de mezcla empírica tradicional que utiliza el ensayo de estabilidad y flujo Marshall, a través de los parámetros fundamentales: cohesión y el ángulo de fricción, comúnmente utilizados en la mecánica de suelos.

Los resultados mostraron que la estabilidad y el flujo Marshall, pueden ser utilizados para predecir los valores de cohesión y ángulo de fricción de las mezclas, de manera que se pueda verificar si estas podrían ser clasificadas de acuerdo con el criterio de aceptabilidad propuesto por Smith, para garantizar un buen desempeño.

Los datos de laboratorio para mezclas típicas costarricenses mostraron buen desempeño con respecto al criterio de falla definido por Smith, mostrándose muy por dentro de los límites de la curva, que definen las regiones para mezclas satisfactorias y no satisfactorias.

El análisis con elemento finito permitió corroborar que el modelo utilizado es válido, con errores de aproximación aceptables para la investigación, y que podrían asociarse a que realmente los valores de cohesión, ángulo de fricción y el módulo de mezclas asfálticas, dependen del estado de esfuerzos, por lo que se recomienda ampliar el estudio hacia este nuevo enfoque, para acercar más el modelo a una representación real, incluyendo parámetros volumétricos de la mezcla original. Adicionalmente, de los gráficos de distribución de esfuerzos es posible afirmar que la concentración de los mayores esfuerzos de compresión en el ensayo, se desarrollan en la sección donde la interacción entre las placas de acero y la probeta termina, mientras que los de tensión se dan en la sección central; lo que es consistente con el comportamiento real.

Finalmente, utilizar la metodología del elemento finito para la generación de un modelo validado mediante comparación con datos reales, permite ampliar la base de datos en tiempos y costos menores a los que se necesitarían en la implementación del esquema experimental necesario para el proyecto, por tanto se considera pertinente hacer énfasis en los beneficios que el uso de los avances en la rama de la computación, pueden aportar al desarrollo más eficiente de proyectos.

6 Referencias

- [1] McLeod, N. W. "A rational approach to the design of bituminous paving mixtures". Proc., Assn. of Asphalt Paving Technologists, Vol. 19, 1950, pp. 82–87.
- [2] Smith, V. R. "Application of the triaxial test to bituminous mixtures". American Society for Testing and Materials, 1951.
- [3] Endersby, V. "The History and Theory of Triaxial Testing, and the Preparation of Realistic Test Specimens". A Report of the Triaxial Institute, ASTM Special Technical Publication 106, Triaxial Testing of Soils and Bituminous Mixes, 1951.
- [4] Goetz, W. H. "Comparison of triaxial and Marshall test results". Purdue Engineering Experiment Station, 1951.
- [5] Fwa, F, y S Tan. "C- Φ Characterization Model for Design of Asphalt Mixtures and Asphalt Pavements". Singapore: Journal of ASTM International, Vol.2, No.3, 2005.
- [6] Fwa, T, S Tan, y L Zhu. "Reexamining Cohesion - Friction Angle for Asphalt Paving Mix Design". Journal of Transportation Engineering, 2001: 67 - 73.
- [7] Das, B. "Advanced Soil Mechanics". New York: Taylor & Francis, 2008.
- [8] Brown, E., P. Kandhal, y J. Zhang. "Performance Testing for Hot Mix Asphalt". NCAT Report 01-05, Auburn: National Center of Asphalt Technology, 2001.
- [9] National Cooperative Highway Research Program. "A Manual for Design of Hot Mix Asphalt with Commentary". NCHRP Report 673, Washington, D.C.: Transportation Research Board of the National Academies, 2011.