



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA



LanammeUCR

LABORATORIO NACIONAL  
DE MATERIALES Y MODELOS ESTRUCTURALES



PITRA

programa de  
Infraestructura  
del transporte

# 2013

---

## HERRAMIENTA DE CÁLCULO DE LA CURVA MAESTRA DE MÓDULO DINÁMICO

---

IMoDin 1.1

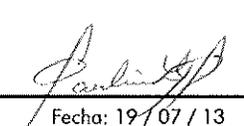
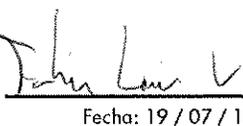
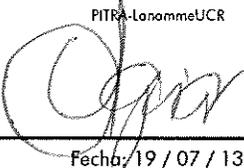
Guía del Usuario

---

Unidad de Materiales y Pavimentos

Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales Universidad de Costa Rica



1. Informe: LM-PI-UMP-017		2. Copia No.: 1	
3. Título y subtítulo: HERRAMIENTA DE CÁLCULO DE LA CURVA MAESTRA DE MÓDULO DINÁMICO		4. Fecha del Informe: Julio de 2013	
7. Organización y dirección: Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales Universidad de Costa Rica, Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, San Pedro de Montes de Oca, Costa Rica Tel: (506) 2511-2500 / Fax: (506) 2511-4440			
8. Notas complementarias			
9. Resumen <i>El comportamiento viscoelástico, dependiente de la temperatura y frecuencia de aplicación de carga, del material que compone la capa de rodadura (mezcla asfáltica y asfalto) es un elemento importante de considerar dentro del análisis de desempeño de las estructuras de pavimento flexible.</i> <i>El presente trabajo viene a dar a los profesionales en ingeniería de pavimentos, lineamientos en el manejo de IMoDin (Interfaz gráfica de cálculo del Módulo Dinámico). Esta herramienta de cálculo permite la construcción de la curva maestra que caracteriza el comportamiento dinámico de la mezcla y el asfalto por medio de los modelos Christensen-Anderson (CA), Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM), Christensen-Anderson-Sharrock (CAS), y las ecuaciones de ajuste de Arrhenius, William Landel Ferry, y la ecuación de Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS), permitiendo a su vez la determinación del valor de módulo para el par frecuencia – temperatura específico de diseño. Con esta herramienta es posible dar control al comportamiento de los resultados obtenidos en laboratorio, puesto que permite la construcción de una serie de gráficos de control de comportamiento de los datos obtenidos.</i> <i>Este proyecto es parte de una serie de labores en desarrollo dentro Programa de Infraestructura del Transporte, del Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, de la Universidad de Costa Rica; que se dirige a la definición de la Guía Mecánico – Empríca de Diseño que permitirá mejorar la calidad del diseño de las estructuras de pavimento de Costa Rica.</i>			
10. Palabras clave CURVA MAESTRA, MÓDULO DINÁMICO, WLF, ARRHENIUS, VTS, CA, CAM, CAS, SIGMOIDAL.	11. Nivel de seguridad Ninguno	12. Núm. de páginas 29	
13. Preparado por Ing. Paulina Leiva Padilla Investigadora Unidad de Materiales y Pavimentos PITRA-LanammeUCR	14. Revisado por Ing. Fabricio Leiva Villacorta, PhD Investigador Unidad de Materiales y Pavimentos PITRA-LanammeUCR	15. Aprobado por Ing. José Pablo Aguiar, PhD. Coordinador Unidad de Materiales y Pavimentos PITRA-LanammeUCR	Ing. Guillermo Loria Salazar, PhD. Coordinador General PITRA-LanammeUCR PITRA-LanammeUCR
 Fecha: 19 / 07 / 13	 Fecha: 19 / 07 / 13	 Fecha: 19 / 07 / 13	 Fecha: 19 / 07 / 13

# CONTENIDOS

CONTENIDOS .....	4
TABLA DE FIGURAS .....	6
IMoDin 1.1. GUÍA DEL USUARIO .....	7
1. INTRODUCCIÓN .....	8
2. INTERFAZ DE CÁLCULO .....	9
2.1 Datos de Entrada .....	10
2.1.1 Indicadores de Control Inicial .....	13
2.2 Módulos de Cálculo .....	14
2.2.1 Ecuaciones de los factores de ajuste .....	15
2.2.1.1 Ecuación Arrhenius .....	15
2.2.1.2 Ecuación William Landel Ferry .....	15
2.2.1.3 Ecuación Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS) .....	16
2.2.2. Ecuaciones de la curva .....	17
2.2.2.1. Ecuación general sigmoideal .....	17

2.2.2.2. Ecuación Christensen Anderson .....	18
2.2.2.3. Ecuación Christensen Anderson Marasteanu .....	18
2.2.2.4. Ecuación Christensen Anderson Sharrock .....	19
2.3. Resultados .....	19
2.3.1. Visualización de los resultados en la interfaz de cálculo .....	19
2.3.2. Exportación de datos a Excel .....	21
2.3.3. Series de Prony .....	22
2.4. Ejemplo de Uso .....	23
BIBLIOGRAFÍA .....	29

# TABLA DE FIGURAS

Figura 1.	Esquema general de la interfaz de cálculo .....	9
Figura 2.	Ventana de introducción de datos de entrada de la mezcla .....	11
Figura 3.	Datos superpave .....	11
Figura 4.	Formato excel para introducción de datos .....	12
Figura 5.	Control inicial de los datos .....	13
Figura 6.	Módulos de cálculo .....	14
Figura 7.	Salida de la interfaz .....	20
Figura 8.	Cálculo de un valor específico de módulo .....	20
Figura 9.	Exportación de datos a excel .....	21
Figura 10.	Series de prony .....	22
Figura 11.	Ejemplo .....	25
Figura 12.	Ejemplo .....	25
Figura 13.	Ejemplo .....	26
Figura 14.	Ejemplo .....	27
Figura 15.	Ejemplo .....	28

# IMoDin 1.1. GUÍA DEL USUARIO

Copyright@2013 por el Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica.

## Desarrollado por

Unidad de Materiales y Pavimentos.

Programa de Infraestructura del Transporte (PITRA).

Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales (LanammeUCR).

Universidad de Costa Rica.

Investigadora principal: Ing. Paulina Leiva Padilla.

Investigadores asociados: Ing. Luis Guillermo Loría Salazar, PhD. Ing. Fabricio Leiva Villacorta, PhD.

## Derechos de Autor

El software descrito en este documento está protegido por la ley de los derechos de autor y puede ser obtenido únicamente por medio de su descarga en la página web oficial del LanammeUCR. El propietario de los derechos no permite la transferencia comercial a terceros, tanto del software, como del presente manual, ni la fotocopia o reproducción por cualquier medio, sin la previa autorización del LanammeUCR. Deberá reconocerse el uso de IMoDin, o el presente manual, en cualquier publicación en la que se haga uso.

## Descargo de responsabilidad

El presente manual está elaborado para usuarios profesionales de la ingeniería civil calificados, con juicio y experiencia en la ingeniería de pavimentos. Este documento le ayudará al usuario con la comprensión del funcionamiento del software, sin embargo, esto no exime al usuario de hacer el análisis debido de los datos introducidos y obtenidos. Los desarrolladores no se hacen responsables de daños directos o indirectos, causados o incidentales, que surjan de la posibilidad o no del uso de la interfaz.

## Para contactos:

Página web: <http://www.lanamme.ucr.ac.cr>

Correo electrónico: [dirección.lanamme@ucr.ac.cr](mailto:dirección.lanamme@ucr.ac.cr)

Soporte técnico e información general: [paulina.leivapadilla@ucr.ac.cr](mailto:paulina.leivapadilla@ucr.ac.cr)

Teléfono: 506-2511-2500.

Fax: 506-2511-4440.

Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica.

400 metros norte de Muñoz y Nanne, San Pedro.

CP-11501-2060, San José, Costa Rica.

# 1. INTRODUCCIÓN

La capa asfáltica de los pavimentos flexibles está compuesta principalmente por material granular y asfalto. A esta combinación de materiales se le conoce como mezcla asfáltica.

El valor del módulo de rigidez de la mezcla asfáltica es dependiente de la temperatura y de la frecuencia de aplicación de la carga, es por esto que se le da el nombre de módulo dinámico ( $|E^*|$ ). Esta dependencia está asociada al comportamiento viscoelástico del ligante que compone la mezcla.

Por lo tanto, el cálculo de un valor de módulo adecuado para las condiciones de temperatura y frecuencia de carga adecuadas, es un insumo fundamental en el diseño y análisis de desempeño de las estructuras de pavimento flexible. Cabe resaltar que típicamente los valores de módulo de rigidez usados en el análisis estructural de pavimentos, han sido tomados de la literatura o correlaciones, asumiendo un comportamiento mecánico elástico-lineal, lo cual, es un supuesto bastante alejado de las condiciones mecánicas reales de los materiales asfálticos.

IMoDin 1.1 (Interfaz de cálculo del Módulo Dinámico), es una interfaz gráfica de cálculo, que viene a proveer a los diseñadores de pavimentos, una opción sencilla, aplicable, amigable, accesible, y de uso libre, que permite analizar datos de laboratorio del ensayo de módulo dinámico a la compresión uniaxial, y con base en esto, determinar el módulo dinámico particular para cualquier combinación de velocidad de carga y temperatura.

Esta interfaz construye la curva maestra de módulo dinámico de la mezcla y del asfalto a partir de datos de laboratorio. Además una serie de gráficos de control de inicio, por medio de los cuales se puede revisar la idoneidad de los datos de ensayo, junto con la posibilidad de obtener las correspondientes Series de Prony para otros tipos de análisis.

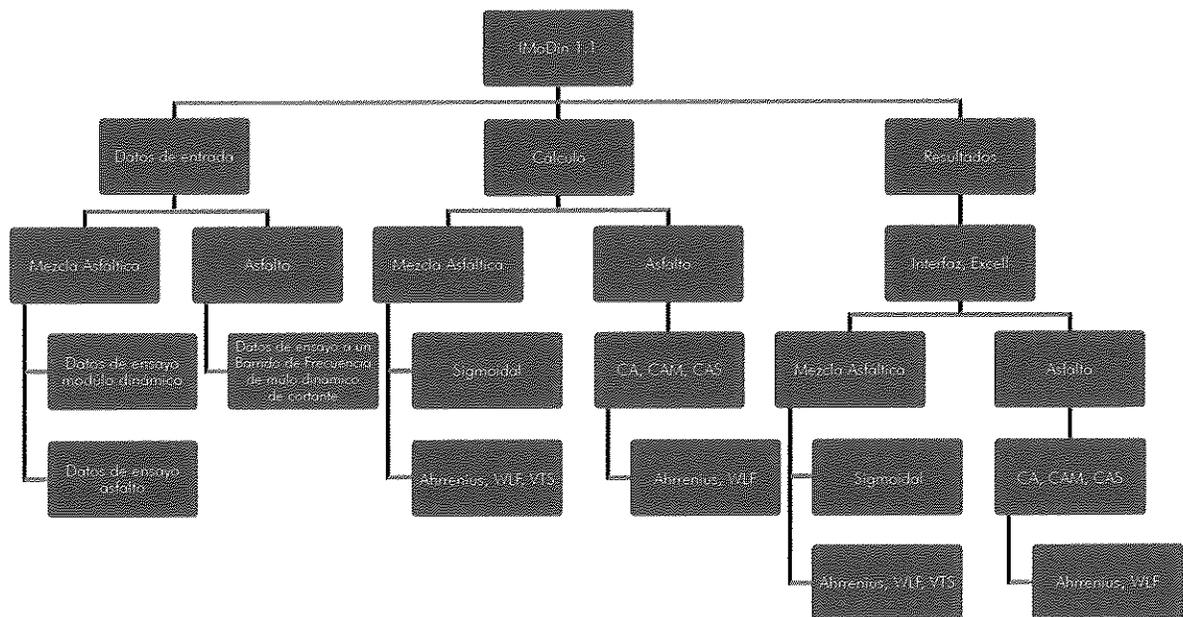
En el análisis que IMoDin 1.1 realiza, se utilizan diferentes modelos generales para construir la curva maestra como lo son: Sigmoidal, Christensen-Anderson (CA), Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM), Christensen-Anderson-Sharrock (CAS); y de ajuste, tales como: Arrhenius, William Landel Ferry (WLF), y la del modelo Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS).

## 2. INTERFAZ DE CÁLCULO

La interfaz de cálculo se compone de tres módulos principales, con sus respectivos elementos. En el siguiente mapa conceptual, se muestra un resumen del esquema general que compone la interfaz.

Figura 1.

Esquema general de la interfaz de cálculo



Seguidamente se describirán en detalle cada uno de los módulos mencionados, con los respectivos elementos que los definen.

## 2.1 Datos de Entrada

En este módulo, el usuario introduce los datos de volumetría de la mezcla asfáltica, del ensayo de módulo dinámico de la mezcla, y/o de reología del asfalto, tal como se menciona en la Tabla siguiente.

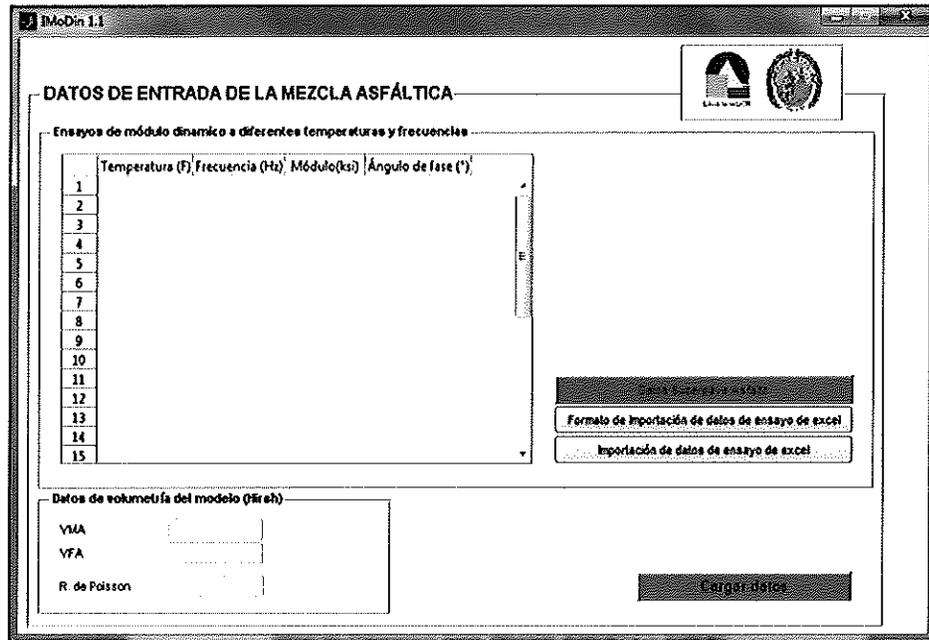
Tabla 1. Datos de entrada

Propiedad	Material	Datos por introducir
Volumetría	Mezcla asfáltica	Vacíos en el agregado mineral (VMA). Vacíos llenos de asfalto (VFA).
Razón de Poisson	Mezcla asfáltica	Valor entre 0 y 1.
Datos del ensayo de $ E^* $ de la mezcla	Mezcla asfáltica	Son necesarios los datos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Temperatura de ensayo.</li> <li>• Frecuencia de aplicación de la carga.</li> <li>• Módulo de ensayo.</li> <li>• Ángulo de fase.</li> </ul> El usuario puede introducir la cantidad de datos que desee sobre un valor de ensayo a tres temperaturas como mínimo, y a tres frecuencias distintas. La condición ideal es la introducción de los datos obtenidos a cinco temperaturas y frecuencias distintas.
Datos de $ G^* $ del asfalto	Asfalto	Las consideraciones deben ser las mismas que las del caso anterior cuando se traza la curva maestra para el asfalto, sin embargo, cuando lo que se desea es correlacionar los datos del asfalto de la mezcla asfáltica por medio del modelo A+VTS, con tres datos como mínimo, se considera suficientes datos para la realización del análisis.

Para acceder a este módulo, es necesario presionar "Entrada" en el menú localizado en la barra superior de la interfaz de cálculo, seguidamente "Datos de entrada", y posteriormente hacer click sobre "Mezcla Asfáltica" o "Asfalto", dependiendo del tipo de análisis que desee. Al hacer esto, el programa le desplegará una ventana para la introducción de los datos antes mencionados, tal como se muestra en las Figuras siguientes.

Figura 2.

Ventana de introducción de datos de entrada de la mezcla

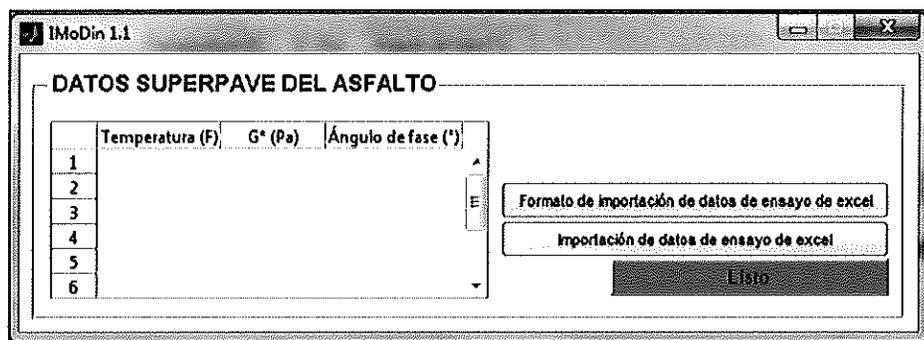


Esta primera versión solamente construye las curvas maestras para la mezcla asfáltica. La opción para desarrollar las curvas del asfalto actualmente se encuentra deshabilitada. No obstante, dicha opción estará disponible en revisiones posteriores del software.

Si para el caso de la mezcla asfáltica se realiza un análisis con el modelo de ajuste que utiliza los resultados de los ensayos de Superpave para la determinación de las variables A+VTS, es necesario introducir los datos de los ensayos presionando el botón "Datos Superpave Asfalto", dentro de la ventana de datos de la mezcla asfáltica (Figura 3).

Figura 3.

Datos Superpave



El programa adicionalmente tiene la facilidad de importar los datos del ensayo de módulo dinámico y de Superpave desde un documento de Excel previamente procesado. El formato requerido por el archivo de Excel se despliega de la misma ventana al presionar el botón "Formato para la introducción de datos" (en la Figura 4, se puede observar la hoja que se despliega, junto con un ejemplo de la introducción de los datos). Este documento debe ser luego guardado en formato Excel 2003 (\*.xls) en la dirección desde la que se ejecute la interfaz, de modo que posteriormente se puedan importar los datos al presionar el botón "Importar datos de ensayo".

Figura 4.

Formato Excel para introducción de datos

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	DATOS DE ENSAYO							
2								
3	Guardar como: Datos de ensayo							
4								
5	Temperatura	Frecuencia (1	Módulo (ksi)	Ángulo de fase (°)				
6	14	25	2648.28	4.65				
7	14	10	2517.345	4.37				
8	14	5	2450.935	4.94				
9	14	1	2236.915	5.9				
10	14	0.5	2146.725	6.34				
11	14	0.1	1921.83	7.6				
12	40.0	25	2177	8.0				
13	40.0	10	2072	9.5				
14	40.0	5	1927	9.8				
15	40.0	1	1614	11.5				
16	40.0	0.5	1489	12.6				
17	40.0	0.1	1212	15.9				
18	70.0	25	1055.455	22.5				
19	70.0	10	979.62	26.4				
20	70.0	5	856	24.8				
21	70.0	1	558	26.6				
22	70.0	0.5	466	28.1				
23	70.0	0.1	288	31.1				
24	100.0	25	428	34.4				
25	100.0	10	305	32.8				
26	100.0	5	233	33.4				
27	100.0	1	112	35.9				
28	100.0	0.5	80	37.0				
29	100.0	0.1	38	35.9				
30	130.0	25	100	35.5				
31	130.0	10	66	32.7				
32	130.0	5	50	34.2				

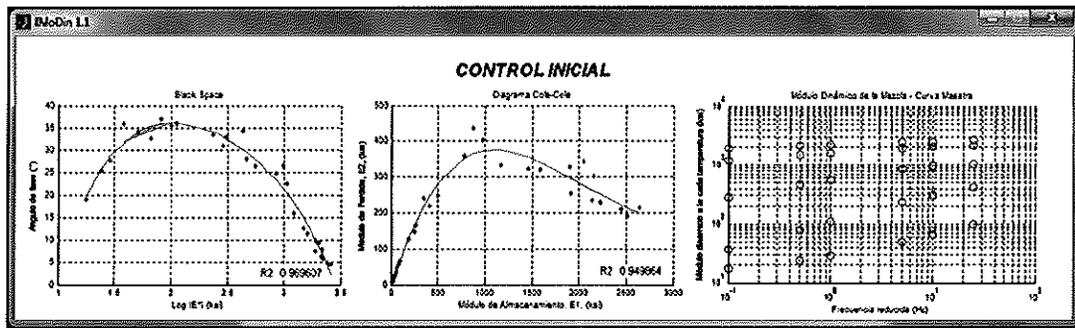
Con esta definición de los datos, se presiona el botón cargar datos, que redirige al usuario a una serie de indicadores de control inicial.

### 2.1.1 Indicadores de Control Inicial

Esta interfaz de cálculo permite dar un control inicial a los datos obtenidos de ensayo, con la finalidad de determinar la idoneidad de los datos obtenidos hasta el momento, y la necesidad de repetir alguno de los ensayos. La forma en que se muestran los indicadores se presenta en la siguiente Figura:

Figura 5.

Control inicial de los datos

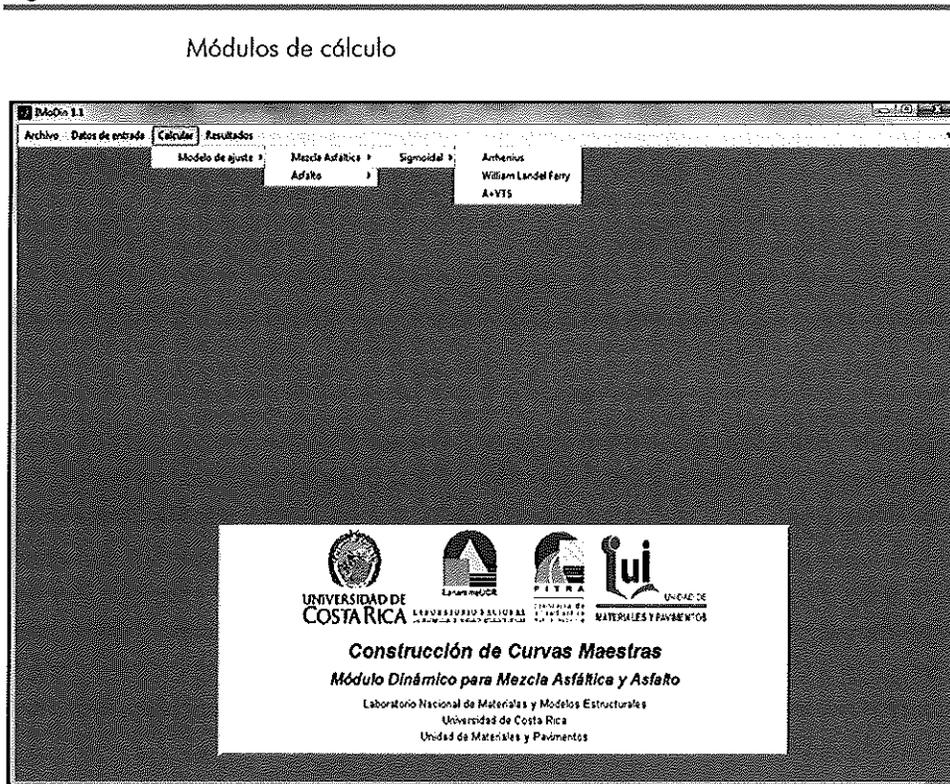


El primer gráfico llamado "Black Space", permite relacionar el comportamiento del ángulo de fase, con respecto al valor del logaritmo en base 10 del módulo dinámico del ensayo. El segundo gráfico se denomina "Diagrama del plano complejo" o "Diagrama Cole-Cole", y relaciona el valor del módulo de pérdida (parte imaginaria del valor del módulo dinámico de ensayo) con el valor del módulo de almacenamiento (parte real). Correlaciones con un valor de R2 ajustado bajo para cada uno de los casos anteriores sugerirían que el ensayo no fue desarrollado de la manera más apropiada y es necesario repetirlo a una o varias temperaturas. El último gráfico, permite observar el comportamiento de los valores obtenidos de módulo a una frecuencia específica para cada temperatura. Se espera que estas curvas no se crucen, pues de ser así, debe repetirse el ensayo a la temperatura cuyos resultados se cruzan con alguna de las otras líneas.

## 2.2 Módulos de Cálculo

Como se mencionó en secciones anteriores, IMoDin 1.1 tiene la capacidad de calcular la curva maestra de módulo dinámico de la mezcla asfáltica por medio de una opción general, y cuatro diferentes opciones de ecuación de ajuste (ver Figura 6). En el caso del ligante asfáltico, tiene la capacidad de calcular por medio de tres modelos conocidos, el CA, CAM y CAS como fue comentado anteriormente. Para esto solamente se presiona la opción “Calcular” en el menú superior, y seguidamente el módulo por medio del cual se desee realizar el análisis.

Figura 6.



A continuación se describirán cada una de las ecuaciones que describen los módulos anteriormente expuestos.

### 2.2.1 Ecuaciones de los factores de ajuste

Los datos de ensayo obtenidos a diferentes temperaturas pueden ser ajustados, de manera que varias temperaturas puedan ajustarse en una sola curva maestra a una temperatura específica, a este procedimiento comúnmente se le denomina “Principio de Superposición Tiempo-Temperatura”.

La ventaja de este procedimiento es que permite, por medio de interpolación, la determinación de valores de módulo a una temperatura y/o frecuencia específica, que son de gran utilidad tanto para el diseño como para el análisis de pavimentos.

Las funciones de Arrhenius, William Landel Ferry y Log-Lineal, se usan ampliamente para calcular el ajuste de curvas maestras materiales viscoelásticos bituminosos. En IMoDin 1.1, las dos primeras ecuaciones han sido implementadas, y se ha agregado una función adicional que permite relacionar las propiedades del ligante obtenidas del procedimiento Superpave.

### 2.2.1.1 Ecuación de Arrhenius

Esta ecuación es utilizada con la finalidad de comprobar la dependencia de la constante velocidad con respecto a la temperatura en reacciones químicas. Esta ecuación fue propuesta en 1884 por J. H. Van't Hoff, y cinco años más tarde fue Svante Arrhenius, quien le dio justificación física e interpretación. Arrhenius argumentó que los reactivos deben tener una cantidad mínima de energía, llamada "Energía de Activación,  $E_a$ ", para convertirse en productos a una cierta temperatura (Meneses, 2012). La forma generalizada de la ecuación utilizada para ajuste es la siguiente.

$$\eta = Ae^{\frac{E_a}{RT}} \quad (1)$$

Que puede transformarse por una serie de procedimientos matemáticos en la siguiente ecuación.

$$\text{Log}(a_T) = \frac{\Delta E_a}{19.14714} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \quad (2)$$

Donde:

$\eta$ : viscosidad del ligante.

A: Constante del modelo.

R: Constante universal de los gases ( $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ).

$a_T$ : Factor de ajuste

$\Delta E_a$ : Energía de activación.

T: Temperatura del ensayo.

$T_r$ : Temperatura de referencia.

### 2.2.1.2 Ecuación William Landel Ferry

El fenómeno de transición cristalina a nivel molecular se ha pretendido explicar a través de la teoría del volumen libre. Esta teoría considera que para que se produzca un movimiento de un segmento polimérico hacia un sector adyacente se necesita que exista un volumen mínimo de vacíos (Meneses, 2012).

Es por esto que en 1980, William, Landel y Ferry establecen una relación analítica en este sentido. La ecuación que representa su trabajo se muestra seguidamente.

$$\log(a_T) = -\frac{C_1(T - T_r)}{C_2(T - T_r)} \quad (3)$$

Donde:

$a_T$ : Factor de ajuste

$C_1$  y  $C_2$ : Constantes del modelo.

T: Temperatura del ensayo, °F.

$T_r$ : Temperatura de referencia, °F.

### 2.2.1.3 Ecuación Susceptibilidad Viscosidad Temperatura (VTS)

La viscosidad se utiliza en la ecuación predictiva para describir los efectos de la temperatura y los factores de ajuste. La viscosidad para ligantes sin envejecer puede determinarse por medio de la relación definida en la relación siguiente (AASHTO T315).

$$\log(\log(\eta)) = A + VTS \log(T_R) \quad (4)$$

Donde:

$\eta$ : Viscosidad, centiPoise

$T_R$ : Temperatura, °Rankine

A: Intercepto de la regresión.

VTS (Susceptibilidad Viscosidad-Temperatura): Pendiente de la curva de regresión.

Esta relación lineal permite la caracterización de la viscosidad del ligante en un amplio rango de temperaturas y se recomienda utilizar solo para ligantes sin modificar.

Los factores de ajuste pueden ser determinados directamente de estos parámetros, a través de la siguiente ecuación.

$$\log(a_T) = c(10^{A+VTS \log(T_R)} - 10^{A+VTS \log(T_{Ro})}) \quad (5)$$

Donde:

$a_T$ : Factor de ajuste

c: Constante.

$T_R$ : Temperatura de interés, °Rankine

$T_{Ro}$ : Temperatura de referencia, °Rankine.

Para dar mayor precisión a los valores de los coeficientes de ajuste, se construye posteriormente un polinomio de grado dos con la temperatura de la siguiente manera (Zhu, Sun, ASCE, Yang, Chen, & Gu, 2011)

$$\log(a_T) = aT^2 + bT + c \quad (6)$$

Donde:

$a_T$ : Coeficiente de traslación horizontal.

a, b y c: coeficientes de regresión.

T: Temperatura del ensayo, °F.

$T_r$ : Temperatura de referencia, °F.

### 2.2.2. Ecuaciones de la curva

Para modelar la respuesta de las mezclas bituminosas se han utilizado convencionalmente dos funciones de forma principales la potencial y la polinomial. Sin embargo, debido a que para valores altos y bajos de módulo estas funciones tienden a predecir valores irracionales cuando se usa extrapolación, se ha optado por usar la función sigmoideal para el ajuste de los datos de módulo dinámico obtenidos de ensayos a temperaturas que van desde los -18°C hasta los 55°C.

En el caso de los ligantes asfálticos, Christensen (1992) desarrolló un modelo para la construcción de las curvas maestras, el cual también ha sido utilizado para asfaltos no modificados. Este modelo inicial fue denominado Christensen-Anderson (CA), y posteriormente fue modificado como Christensen-Anderson-Marasteanu (CAM) y como Christensen-Anderson-Sharrock. Estos tres modelos fueron implementados en el desarrollo de la interfaz de cálculo, y por tanto serán descritos en las siguientes secciones.

#### 2.2.2.1. Ecuación general sigmoideal

Como se mencionó previamente, el uso de esta ecuación viene a dar una solución a los problemas generados con la ecuación polinomial y potencial, por medio de la construcción de una curva sigmoideal de ajuste no-lineal, que resuelve simultáneamente los coeficientes de la ecuación, y los factores de la función de ajuste de la frecuencia o tiempo reducido, como función de la temperatura (Witczak & Pellinen, 2002).

$$\log(|E^*|) = \delta + \frac{\alpha}{1 + e^{\beta + \gamma \log(f_r)}} \quad (7)$$

Donde:

$|E^*|$ : Módulo dinámico

$f_r$ : Frecuencia de carga a la temperature de referencia.

$\delta$ : Valor del módulo mínimo.

$\delta + \alpha$ : Valor del módulo máximo.

$\beta$  y  $\gamma$ : Parámetros que describen la forma de la curva sigmoideal.

### 2.2.2.2. Ecuación Christensen Anderson

Este modelo fue presentado en 1992 por Christensen y Anderson ante el Programa de Investigación Estratégica en Carreteras (SHRP, por sus siglas en inglés) y fue una derivación de la función de Weibel. Los modelos matemáticos se derivaron con base en una distribución de función logística para la descripción del espectro de relajación. Entonces la ecuación que describe el módulo complejo es la siguiente.

$$|G^*(\omega)| = G_g \left[ 1 + \left( \frac{\omega_c}{\omega} \right)^{\frac{\log 2}{R}} \right]^{-\frac{R}{\log 2}} \quad (8)$$

Donde:

$|G^*(\omega)|$ : Módulo complejo a cortante, Pa.

$G_g$ : Módulo límite a cortante, Pa

$\omega_c$ : Frecuencia de corte, rad/s.

R: Índice reológico.

$\omega_c$ : Frecuencia de corte, rad/s.

R: Índice reológico.

El índice reológico se determina de la siguiente manera:

$$R = \log \left( \frac{G_g}{|G^*(\omega)|} \right) \quad (9)$$

### 2.2.2.3. Ecuación Christensen Anderson Marasteanu

El CA es un modelo sencillo, esto hizo que sus autores buscaran mejorarlo, específicamente en el sentido de que pudiese ser utilizado tanto para ligantes sin modificar como modificados, así como que contemplara el ajuste necesario del comportamiento del asfalto a bajas y altas temperaturas.

De esta manera en 1999 surge este nuevo modelo, que recibió el nombre Christensen Anderson Marasteanu (CAM). La ecuación de cálculo del módulo dinámico se presenta a continuación.

$$G^*(\omega) = G_o \left[ 1 + \left( \frac{\omega_o}{\omega} \right)^\beta \right]^{-\kappa/\beta} \quad (10)$$

$$G^*(\omega) = G_o \left[ 1 + \left( \frac{\omega_o}{\omega} \right)^\beta \right]^{-\kappa/\beta} \quad (11)$$

Donde:

$G^*$ : Módulo complejo a cortante.

$G_o$ : Módulo cortante vítrio.

$\omega$ : Frecuencia reducida (rad/s).

$\omega_o$ : Frecuencia croosover, rad/s.

$\beta$  y  $\kappa$ : parámetros del modelo.

Este modelo se utiliza en la norma ASTM 6816 y AASTHO PP42, para la construcción de las curvas maestras en ligantes asfálticos, y se ajustan las variables  $\omega$ ,  $\beta$  y  $\kappa$ , asumiendo un valor de  $G_o$  constante ( $3 \times 10^3$  MPa).

#### 2.2.2.4. Ecuación Christensen Anderson Sharrock

Este modelo tiene la misma concepción que el modelo CAM descrito anteriormente. De hecho ambos se derivan de una ecuación más general propuesta por Sharrock y Bouldin en 1999, donde se ajustan los cuatro parámetros de esta ecuación general,  $G_o$ ,  $w$ ,  $\beta$  y  $\kappa$ . Para este caso las variables de ajuste son  $G_o$ ,  $w$  y  $\beta$ , asumiendo el valor de  $\kappa = -1$ .

$$G^*(\omega) = G_o \left[ 1 + \left( \frac{\omega_o}{\omega} \right)^\beta \right]^{-\kappa/\beta} \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\ln \left( \frac{G_o}{2^\kappa} \right)}{\ln(G^*(\omega_o))} \quad (13)$$

Donde:

$G^*$ : Módulo complejo a cortante.

$G_o$ : Módulo cortante vítrio.

$\omega$ : Frecuencia reducida (rad/s).

$\omega_o$ : Frecuencia de corte, rad/s.

$B$ : parámetro del modelo.

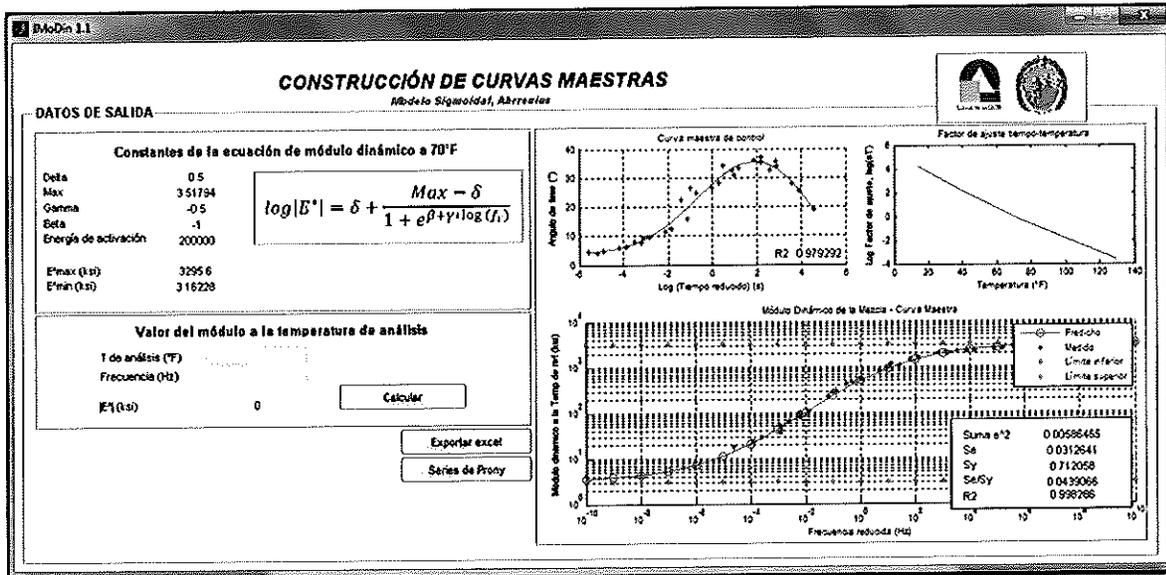
## 2.3. Resultados

### 2.3.1. Visualización de los resultados en la interfaz de cálculo

Luego de seleccionar el módulo en que se realizará el análisis, seleccionando la opción "Resultados", y posteriormente el modelo respectivo en que se realizó el análisis, es posible observar los resultados en la misma interfaz de cálculo. En la Figura siguiente se muestra la forma en que pueden ser visualizados los resultados obtenidos por el programa.

Figura 7.

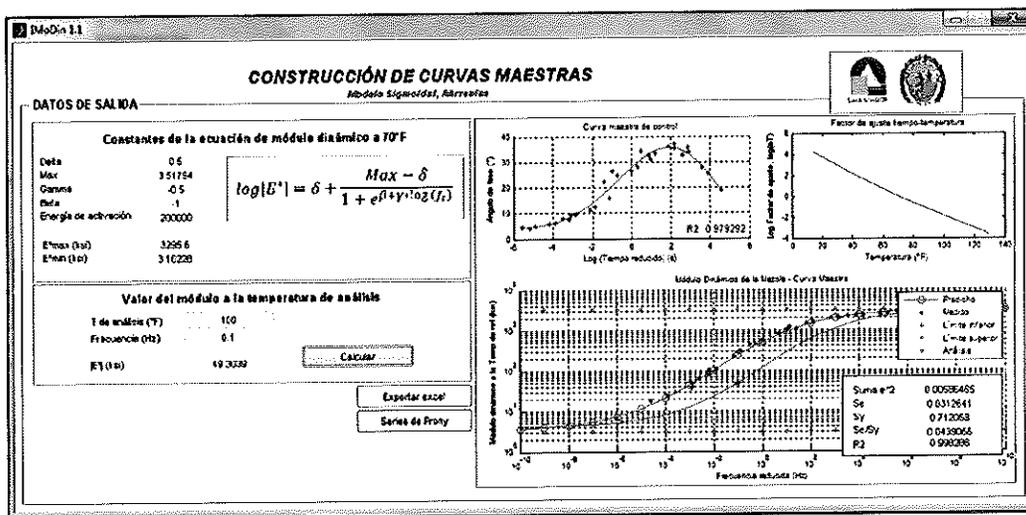
Salida de la interfaz



Dentro de esta pantalla de salida es posible calcular un valor específico de módulo a una temperatura y frecuencia de carga específica. El usuario solamente debe colocar en el espacio dispuesto los valores correspondientes, presionar el botón "Calcular", y la interfaz le desplegará en el espacio correspondiente el valor de módulo específico en ksi.

Figura 8.

Salida de la interfaz



Note que además, se grafica la curva a la temperatura específica, y el punto que fue tomado a la frecuencia definida.

### 2.3.2. Exportación de datos a Excel

Dentro de cada una de las pantallas de resultados, es posible exportar los valores a hojas de Excel, donde el usuario podrá guardar los datos de cada una de las corridas realizadas con el programa.

Para hacer uso de esta opción, dentro de la ventana de resultados el usuario debe presionar el botón "Exportar Excel", e inmediatamente se le abrirá una hoja de Excel con los resultados, tal como se observa en la siguiente figura.

Figura 9.

Salida de la interfaz

Log(fred), Hz	Log(Epred)	I Epred, ksi	fred, Hz	Constantes de la curva maestra					
-10	0.55428121	3.58328386	1E-10	Delta	Alfa	Gamma	Beta	Energía de activación	
-9	0.58846241	3.87670191	1E-09		0.5	3.51793505	-0.5	-1	200000
-8	0.6431282	4.39671389	0.00000001	Error^2	Se	Sy	Se/Sy	R^2	
-7	0.72893506	5.35716546	0.00000001	0.00586465	0.03126407	0.71205808	0.04390662	0.99828641	
-6	0.85974668	7.24013521	0.00000001						
-5	1.05054838	11.2343612	0.000001						
-4	1.31164774	20.4949915	0.0001						
-3	1.63939322	43.5906372	0.001						
-2	2.00896753	102.086315	0.01						
-1	2.37854183	239.079222	0.1						
0	2.70628731	508.495728	1						
1	2.96738667	927.655381	10						
2	3.15818837	1439.42279	100						
3	3.28899999	1945.36004	1000						
4	3.37480685	2370.31926	10000						
5	3.42947264	2688.26849	100000						
6	3.46365384	2908.398	1000000						
7	3.48477717	3053.35409	10000000						
8	3.49773646	3145.83878	100000000						
9	3.50565164	3203.69851	1000000000						
10	3.51047283	3239.46159	1E+10						

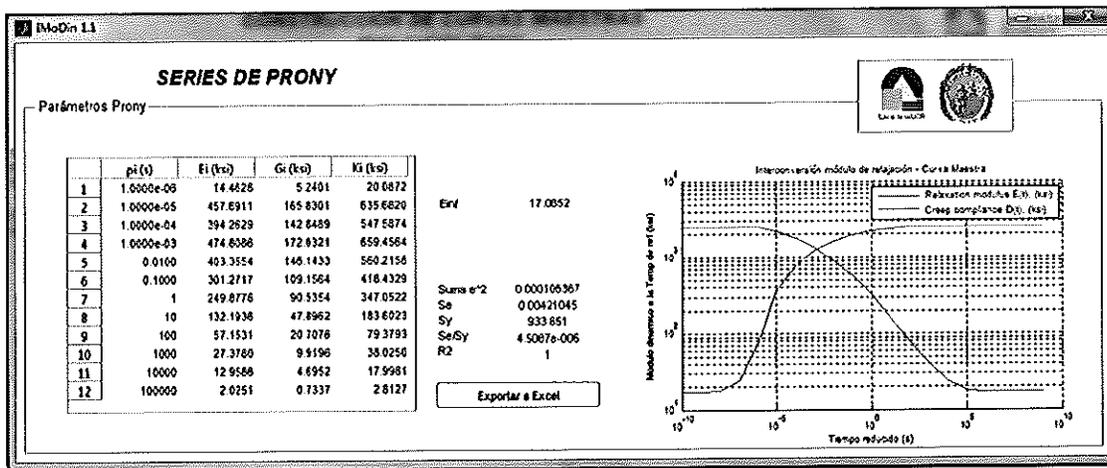
### 2.3.3. Series de Prony

Esta interfaz además, tiene la capacidad de construir con los valores obtenidos de módulo dinámico de la curva maestra, las series de Prony, comúnmente utilizadas en la descripción del comportamiento mecánico de los materiales con propiedades viscoelásticas, utilizadas por ejemplo en el análisis con la metodología del elemento finito.

En este caso, para obtener tales valores, dentro de la ventana de resultados respectiva, el usuario debe presionar el botón "Series de Prony", y la interfaz lo llevará directamente a una ventana como la siguiente.

Figura 10.

Salida de la interfaz



En este módulo el usuario obtendrá los valores de los parámetros respectivos, la curva de transformación entre los módulos, los parámetros de regresión, y los valores respectivos a la regresión utilizada en el cálculo.

Para entender este procedimiento de transformación, es importante conocer las ecuaciones tras este método. Es por esta razón que a continuación se realizará una breve descripción de ellas. Las series de Prony han sido utilizadas para representar la respuesta viscoelástica de los materiales. La popularidad de su uso, se debe principalmente a su habilidad para describir en un rango amplio la respuesta viscoelástica, así como su eficiencia en la resolución computacional de sus funciones exponenciales básicas (Kim, 2009). La representación de la función de respuesta viscoelástica lineal de estas series tiene una base física en los modelos mecánicos con resortes y amortiguadores (Park, 1996).

La representación analítica de estas series se describe por medio de las siguientes ecuaciones:

$$D(t) = D_o + \sum_m^M D_m(1 - e^{-t/\tau_m}) \quad (14)$$

Donde:

$E(t)$ : Módulo de relajación.

$D(t)$ : Módulo de capacidad compleja.

$D_m$ : Coeficiente de regresión.

$\tau_m$ : Tiempo de retardación.

$D_0$ : Módulo Vítreo, que se da cuando  $D_0 = \lim_{t \rightarrow 0} D(t)$

$t$ : Tiempo.

$M$ : número de términos usados.

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{m=1}^M E_m e^{-t/\rho_m} \quad (15)$$

Donde:

$E_{\infty}$ : Módulo de equilibrio a largo plazo.

$\rho_m$ : Tiempo de relajación.

$E_m$ : Coeficientes de regresión de las series de Prony.

En el ajuste de la curva de flujo utilizando las series de Prony, hay  $2N$  variables desconocidas, incluyendo los  $D_i$ , los  $\tau_i$ , y el correspondiente sistema de ecuaciones no lineales. Sin embargo, para evitar la complejidad que implica este ajuste, los tiempos de relajación  $\tau_i$ , pueden ser especificados previamente, usualmente en intervalos de una década que han demostrado ser adecuados (Schapery, *Viscoelastic Behavior and Analysis of Composite Materials*, 1974), y el  $D_0$  puede ser obtenido por la extensión de la asíntota de la curva cuando  $t$  tiende a cero.

La determinación de los valores mencionados se da a partir del cálculo de la curva maestra.

## 2.4. Ejemplo de Uso

A partir de los siguientes datos de ensayo de módulo dinámico a la compresión uniaxial, para una mezcla asfáltica determine:

- El valor de las variables de la ecuación general sigmoidal.
- El valor de la Energía de Activación del proceso.
- El valor del módulo específico a 38 °C y 0.1 Hz.

Tabla 2. Datos del ensayo de módulo dinámico a la compresión uniaxial

Temperatura (F)	Frecuencia (Hz)	Módulo (ksi)	Ángulo de fase (°)
14.0	25.0	2322.6	3.4
14.0	10.0	2252.4	4.6
14.0	5.0	2194.0	5.2
14.0	1.0	1992.3	6.0
14.0	0.5	1911.0	6.4
14.0	0.1	1707.2	7.8
40.0	25.0	1880.4	8.3
40.0	10.0	1753.8	9.1
40.0	5.0	1671.9	10.2
40.0	1.0	1385.3	11.9
40.0	0.5	1277.7	13.0
40.0	0.1	1034.9	16.2
70.0	25.0	1013.0	23.0
70.0	10.0	919.2	24.4
70.0	5.0	809.0	23.8
70.0	1.0	527.5	26.2
70.0	0.5	440.4	27.8
70.0	0.1	273.5	30.5
100.0	25.0	369.5	30.5
100.0	10.0	296.5	38.7
100.0	5.0	200.2	32.5
100.0	1.0	97.9	37.2
100.0	0.5	70.2	38.4
100.0	0.1	33.5	36.4
130.0	25.0	110.8	30.2
130.0	10.0	79.3	28.6
130.0	5.0	61.0	23.6
130.0	1.0	44.4	20.1
130.0	0.5	39.4	17.5
130.0	0.1	32.2	12.3

Otros datos de la mezcla asfáltica en caliente:

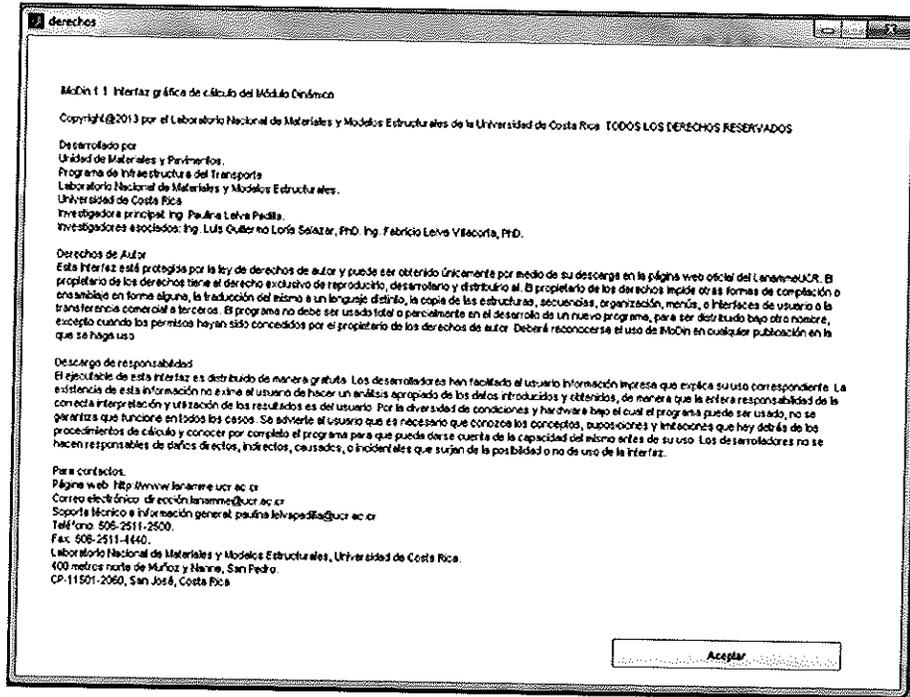
VMA = 15.2, VFA = 51.1, Razón de Poisson = 0.35

Solución:

1. Primero que todo se le da inicio a la interfaz, al ingresar se le mostrará la pantalla que se muestra en la siguiente figura, el usuario debe leer los derechos de autor del programa y presionar aceptar, para poder hacer uso de la interfaz.

Figura 11.

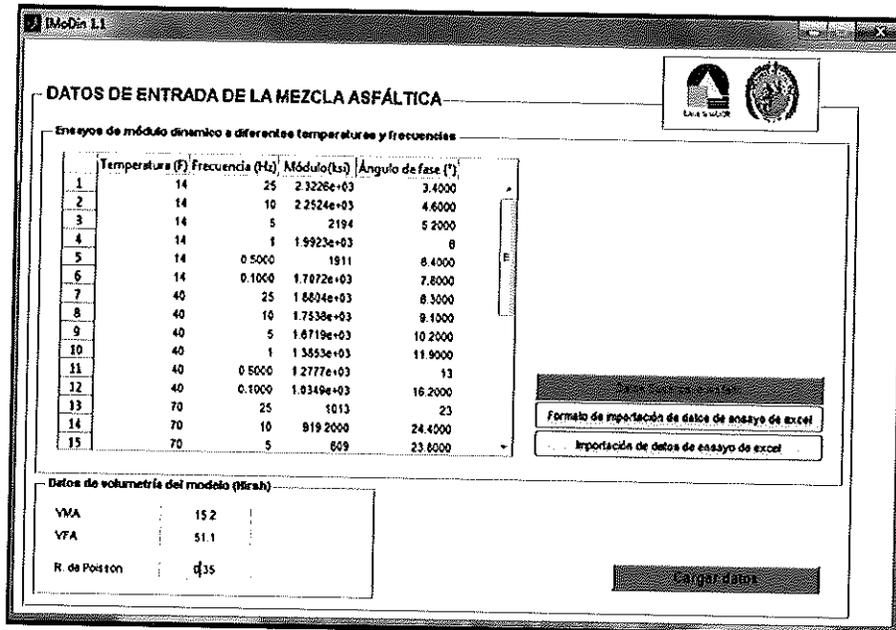
Ejemplo



2. Seguidamente, en una pantalla como la que se muestra en la Figura 12, se introducen los datos del ensayo en la interfaz y se presiona el botón "Cargar datos". Figura 12.

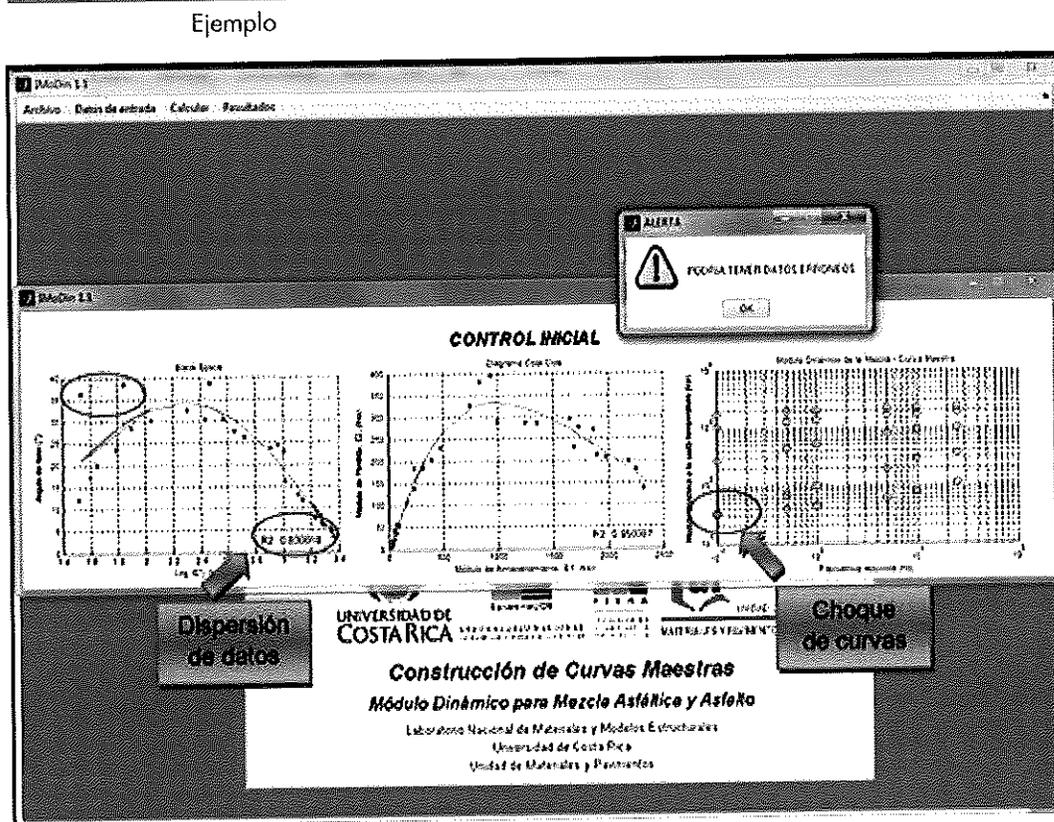
Figura 12.

Ejemplo



3. La interfaz lo redirige a los siguientes gráficos para el control inicial de los datos.

Figura 13.



En este caso el programa le indica al usuario que los datos de ensayo podrían estar erróneos, por lo que es deber del usuario analizar este control inicial, de manera que pueda comprender a qué temperatura el ensayo debe ser repetido.

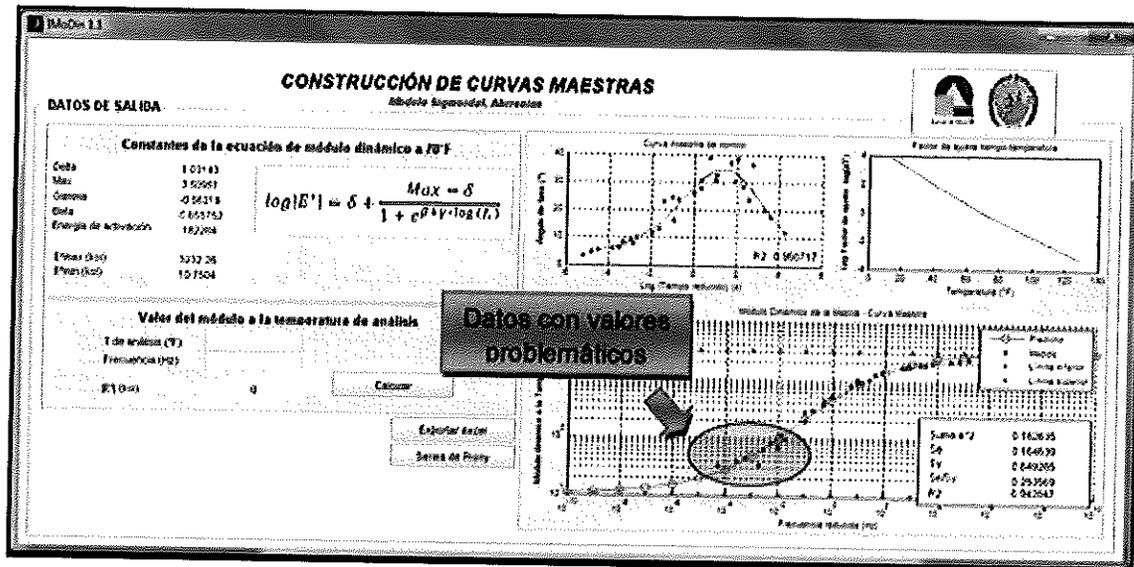
Analizando el tercer gráfico el usuario puede interpretar que un par de datos a temperaturas altas hacen que las curvas no sean paralelas. Además, los valores de  $R^2$  ajustado de los otros dos gráficos son bajos, por lo que los resultados a temperaturas altas son los que deberían repetirse.

Con el anterior análisis, lo ideal es que el cálculo se detenga en este punto para realizar las correcciones correspondientes. El usuario podría continuar el análisis si considera que este elemento no va a ser determinante en la construcción de una curva apropiada, que describa el valor del módulo dinámico de la mezcla asfáltica. Para efectos de ilustrar el funcionamiento de las demás partes de la interfaz, se continuará el cálculo, lo que permitirá descubrir posteriormente también, que algunos datos deben ser repetidos.

4. Posteriormente se envía a calcular a la interfaz presionando "Calcular", "Mezcla Asfáltica", "Sigmoidal" y "Arrhenius".
5. Ahora se redirige al módulo para la observación de los resultados presionando "Resultados", "Mezcla Asfáltica", "Sigmoidal", y "Arrhenius", que le despliega la siguiente pantalla.

Figura 14.

Ejemplo



Los resultados de los parámetros de la curva son:

Delta ( $\delta$ ) = 1.0315

Delta + Alfa (Max) = 3.50951

Gamma ( $\gamma$ ) = -0.56224

Beta ( $\beta$ ) = -0.655669

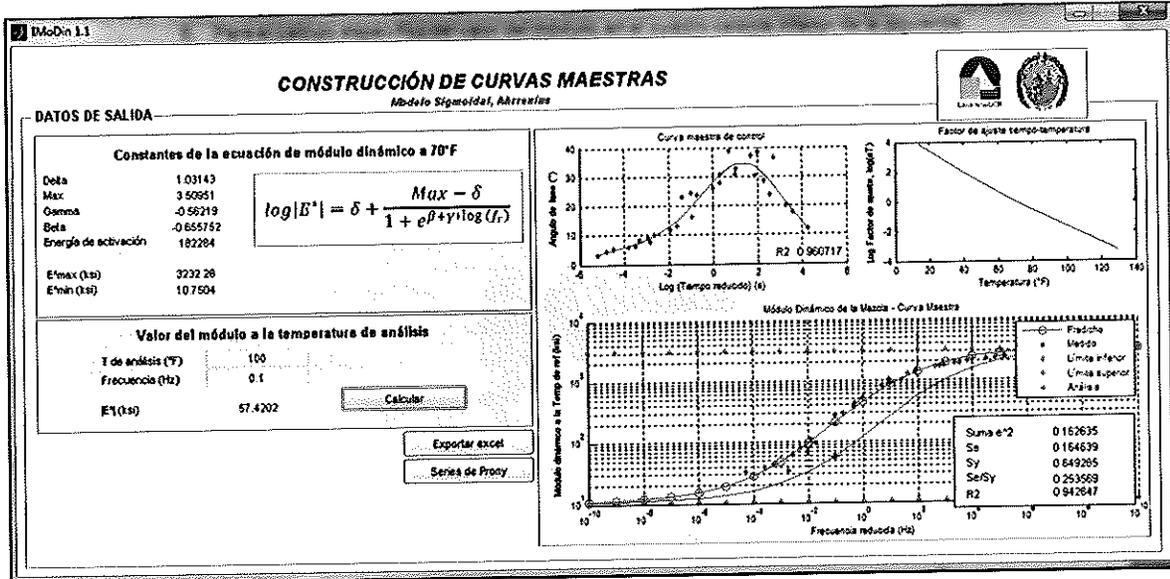
Energía de activación (Ea) = 182266

Como se puede observar en la figura anterior, los valores de los parámetros estadísticos no cumplen con el ideal establecido por la norma (AASHTO PP 61-10),  $S_e/S_y < 0.05$  y  $R^2 > 0.99$ . Además, se puede observar en la parte baja de la gráfica como algunos valores se alejan de la forma ideal de la curva. Estos valores corresponden a los ensayos que es necesario repetir.

6. Para el cálculo específico del valor del módulo, en el cuadro celeste inferior de la izquierda, se introduce el valor de la temperatura y frecuencia pedidas, se presiona "Calcular", y se obtiene el valor solicitado.

Figura 15.

Ejemplo



$|E^*| = 57.4178 \text{ ksi.}$

# BIBLIOGRAFÍA

- American Association of State Highway and Transpor. AASHTO PP 61-10. *Developing Dynamic Modulus Master Curves for Hot Mix Asphalt (HMA) Using the Asphalt Mix Performance Tester (AMPT)*.
- Christensen, D., & Anderson, D. (1992). Interpretation of Dynamic mechanical Test Data for Paving. *Journal, Association of Asphalt Paving Technologists* , Volume 61 , pp. 67-100.
- Christensen, R. (1982). *Theory of Viscoelasticity*. New York, USA: Academic Press.
- Ferry, J. (1961). *Viscoelastic Properties of Polymers*. John Wiley & Sons Inc.
- Kim, R. (2009). *Modeling of Asphalt Concrete*. United States of America: American Society of Engineers.
- Marasteanu, C., & Anderson, D. (1990). *Improved Model for Bitumen Rheological Characterization*. Luxembourg, Belgium: Presented at Eurobitume Workshop on Performance-Related Properties for Bituminous Binders.
- Meneses, M. (2012). Pruebas aceleradas para la fiabilidad de materiales. *Superposición Tiempo/ Temperatura*. Coruña, España: Proyecto presentado en el cumplimiento de los requisitos para culminar el Master en Técnicas Estadísticas de la Universidad de La Coruña.
- Park, S. (1996). A Viscoelastic Continuum Damage Model and Its Application to Uniaxial Behavior of Asphalt Concrete. *Mechanics of Materials* , Vol. 24 (4), pp 241-255.
- Rowe, G., Sharrock, M., Boulding, M., & Dongré, R. (1999). *Advanced Techniques to Develop Asphalt Master Curves from the Bending Beam Rheometer*. Bratislavia.
- Schapery, R. (1982). *Theory of viscoelasticity*. Lecture notes.
- Schapery, R. (1974). Viscoelastic Behaviour and Analysis of Composite Materials. *Composite Materials* , Chap. 4, Vol. 2, G.P. Sendeckyj Ed., Academic Press, pp. 85-168.
- Silva, H., Sousa, P., Holanda, A., & Soares, J. (2008). *A COMPUTER PROGRAM FOR LINEAR VISCOELASTIC CHARACTERIZATION USING PRONY SERIES*. Brazil: Congresso Ibero Latino Americano em Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE).
- Witczak, M., & Pellinen, T. (2002). *Simple Performance Test for Superpave Mix Design*. Washington, D.C.: NCHRP Report 465, Transportation Research Board.
- Zhu, H., Sun, L., ASCE, M., Yang, J., Chen, Z., & Gu, W. (2011, February). Developing Master Curves and Predicting Dynamic Modulus of Polymer-Modified Asphalt Mixtures. *American Society of Civil Engineers. JOURNAL OF MATERIALS IN CIVIL ENGINEERING* .

