



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA



LABORATORIO NACIONAL
DE MATERIALES Y MODELOS ESTRUCTURALES

EXPERIMENTOS A PEQUEÑA ESCALA USANDO MESA VIBRATORIA Y SU COMPARACIÓN CON PREDICCIONES ANALÍTICAS



MANUAL DEL PROFESOR

Preparado por:

Eduardo Montalto Bolaños
Asistente de Unidad de Puentes
Noviembre, 2015

Ing. Pablo Agüero Barrantes, M.Sc.
Unidad de Puentes
Noviembre, 2015

Ing. Yi-Cheng Liu Kuan
Unidad de Puentes
Noviembre, 2015

Este manual es material de la Unidad de Puentes del Programa de Ingeniería Estructural del LanammeUCR. Mediante el experimento se pretende mejorar la comprensión del comportamiento dinámico de estructuras de edificaciones y puentes, por parte de estudiantes y profesionales en ingeniería civil de Costa Rica. Se busca cumplir con las obligaciones conferidas al LanammeUCR y estipuladas en el artículo 6 de la ley No. 8114 con respecto a la ejecución de actividades de transferencia tecnológica para ingenieros y de investigación.

El Programa de Ingeniería Estructural está conformado por:

Ing. Pablo Agüero Barrantes, M.Sc

Ing. Sergio Álvarez González

Ing. Mauricio Araya Con

Ing. Rolando Castillo Barahona, Ph.D, Coordinador General del Programa de Ingeniería Estructural

Ing. Hellen Garita Durán

Ing. Sergio Lobo Aguilar, Ph.D

Ing. María José Rodríguez Roblero, Ph.D

Ing. Luis Guillermo Vargas Alas

Ing. Esteban Villalobos Vega, M.Sc, Coordinador de la Unidad de Puentes

Julio, 2019.

TABLA DE CONTENIDO

1. Resumen	4
2. Introducción	4
3. Especificaciones del modelo tridimensional	4
3.1. Resultados de las propiedades del modelo tridimensional	4
3.2. Resultados del experimento para determinar la rigidez	6
3.3. Resultados del experimento para determinar el amortiguamiento	9
3.4. Esquema del modelo tridimensional	10
4. Resultados de la escala del sismo de El Centro	11
5. Experimentos con la mesa vibratoria del UCIST	14
5.1. Resultados experimentales de las aceleraciones	14
5.2. Resultados experimentales de los desplazamientos	19
6. Resultados del modelo analítico	19
7. Comparación entre los resultados del modelo experimental y analítico	24
7. Otros usos	28
8. Referencias	29

1. RESUMEN

Este manual del profesor contiene una muestra de un conjunto de datos para los experimentos que se exponen en el manual del estudiante. El objetivo final de estos experimentos es comparar los resultados obtenidos de una simulación de un sismo utilizando la mesa vibratoria del UCIST con resultados analíticos usando el programa SAP2000.

2. INTRODUCCIÓN

La mesa vibratoria del UCIST fue diseñada para ser usada en experimentos y demostraciones. Se puede utilizar en clases de ingeniería sísmica y dinámica estructural a nivel de grado y posgrado. La mesa también es apropiada para programas de difusión para educación secundaria. Los experimentos descritos en este manual y en el manual del estudiante correspondiente serían apropiados para cursos introductorios de ingeniería sísmica y dinámica estructural.

El presente documento se basa en el informe Experimentos a pequeña escala usando mesa vibratoria y su comparación con predicciones analíticas - Manual del profesor (LM-PI-UP-02-2015) que se encuentra en este enlace.

<http://alfresco.lanamme.ucr.ac.cr/repositorio/handle/50625112500/57>

3. ESPECIFICACIONES DEL MODELO TRIDIMENSIONAL

Esta sección incluye los pasos necesarios para cuantificar las características pertinentes del modelo tridimensional.

3.1. Resultados de las propiedades del modelo tridimensional

Los cuadros siguientes contienen los resultados del "Experimento para obtener las propiedades del modelo tridimensional". Estos datos fueron utilizados como entrada para el modelo en SAP2000. Vea también "3.4 Esquema del modelo tridimensional".

Dimensiones:

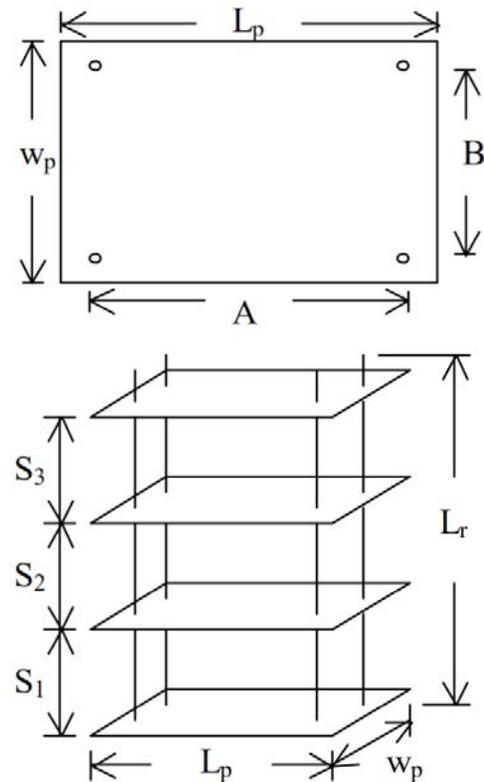


Figura 1. Vista en planta y en perspectiva del modelo tridimensional

Fuente: Miller & Shonkwiler, s.f.

Cuadro 1. Dimensiones de las placas

Placa	Largo L_p (mm)	Ancho W_p (mm)	Espesor T_p (mm)	Espaciamiento entre varillas A (mm)	Espaciamiento entre varillas B (mm)
1	454	299	6,60	381	197
2	454	299	6,60	381	197
3	454	299	6,60	381	197
4	454	299	6,60	381	197
Promedio	454	299	6,60	381	197

Cuadro 2. Dimensiones de las varillas

Varilla	Largo L_r (mm)	Diámetro D_r (mm)
1	997	4,72
2	997	4,72
3	998	4,72
4	999	4,72
Promedio	998	4,72

Cuadro 3. Espaciamiento entre pisos

Piso	Espaciamiento entre pisos S (mm)
1	327
2	327
3	323

Masa:

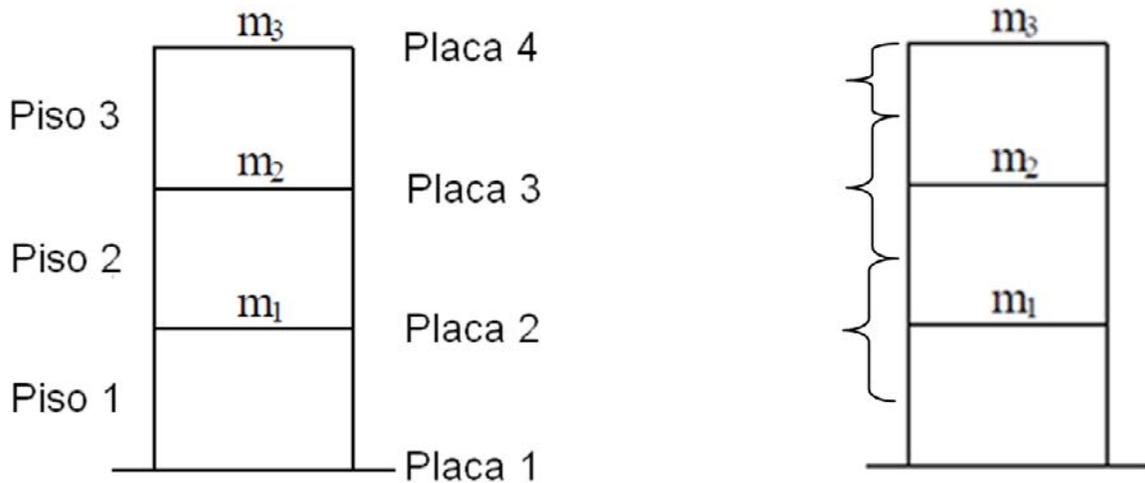


Figura 2. Esquema de masas

Fuente: Miller & Shonkwiler, s.f.

Cuadro 4. Masa de las placas

Placa	Masa (g)
1	2438,9
2	2438,9
3	2438,9
4	2438,9
Promedio	2438,9

Cuadro 5. Masa de las varillas

Varilla	Masa (g)
1	129,6
2	129,6
3	129,7
4	129,8
Promedio	129,7

Cuadro 6. Masa de los acelerómetros

Acelerómetro	Masa (g)
1	46

Para el cálculo de la masa correspondiente a cada nivel, se considera la placa de aluminio, la longitud tributaria de las barras de acero y el acelerómetro. A continuación se presenta la obtención de la masa para cada uno de los niveles del modelo.

$$m_1 = m_{placa\ 2} + m_{acel} + \frac{328}{998} \cdot m_{varillas} = 2438,9 + 46 + \frac{328}{998} \cdot 518,7 = 2655,4\ g$$

$$m_2 = m_{placa\ 3} + m_{acel} + \frac{328}{998} \cdot m_{varillas} = 2438,9 + 46 + \frac{328}{998} \cdot 518,7 = 2655,4\ g$$

$$m_3 = m_{placa\ 4} + m_{acel} + \frac{177}{998} \cdot m_{varillas} = 2438,9 + 46 + \frac{177}{998} \cdot 518,7 = 2576,9\ g$$

3.2. Resultados del experimento para determinar la rigidez

SAP2000 usa las propiedades de los materiales (módulo de elasticidad, E), las propiedades de sección (momento de inercia, I), las dimensiones (longitud, L) y las condiciones de apoyo (por ejemplo, rígido – rígido, pin – pin, rígido – pin, etc.) para determinar la rigidez de un modelo. Con el fin de asegurar que el modelo de SAP2000 tenga la misma rigidez que el modelo físico, es necesario hacer un cálculo manual de la rigidez por medio del "Experimento para determinar la rigidez", y comparar los dos resultados.

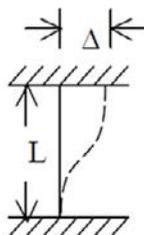
3.2.1. Cálculo manual de la rigidez

El modelo físico tiene condiciones de apoyo (para las columnas entre cada piso) que se pueden aproximar por una condición tipo rígido – rígido.

Teoría:

Para una columna empotrada arriba y abajo

$$K = \frac{V}{\Delta} = \frac{12EI}{L^3}$$



Del "Experimento para determinar las propiedades del modelo tridimensional":

Dimensiones del modelo tridimensional:

$$L_{1er\ y\ 2do\ nivel} = 327\ mm$$

$$L_{3er\ nivel} = 323\ mm$$

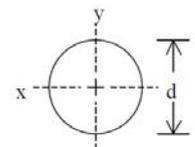
Diámetro interno sin roscar, $d = 4,72\ mm$

Cálculos:

Propiedades de la sección:

$E = 1,91 \times 10^5\ MPa$ (Obtenido experimentalmente con ensayos de tracción a las barras)

$$I_{circulo\ x} = I_{circulo\ y} = \frac{\pi d^4}{64} = 24,4\ mm^4$$



Resultados:

Resolviendo para K de una barra,

$$K_{\text{barra 1er y 2do nivel}} = \frac{12(1,91 \times 10^5 \text{ MPa})(24,4\text{mm}^4)}{(327 \text{ mm})^3} = 1,589 \text{ N/mm/barra}$$

$$K_{\text{barra 3er nivel}} = \frac{12(1,91 \times 10^5 \text{ MPa})(24,4\text{mm}^4)}{(323 \text{ mm})^3} = 1,649 \text{ N/mm/barra}$$

Como hay 4 barras por piso,

$$K_{\text{1er y 2do nivel}} = 4(K_{\text{barra 1er y 2do nivel}}) = (4 \text{ barras})(1,589 \text{ N/mm/barra})$$

$$K_{\text{3er nivel}} = 4(K_{\text{barra 3er nivel}}) = (4 \text{ barras})(1,649 \text{ N/mm/barra})$$

Por lo tanto,

$$K_{\text{1er y 2do nivel}} = 6,36 \text{ N/mm}$$

$$K_{\text{3er nivel}} = 6,60 \text{ N/mm}$$

3.2.2. Resultados del experimento para determinar la

rigidez y su comparación con el cálculo manual

Después de graficar y realizar el análisis de regresión lineal, la rigidez del primer piso (K_1) fue calculada en 3,72 N/mm. La rigidez del segundo piso (K_2) fue de 3,70 N/mm. La rigidez del tercer piso (K_3) fue de 3,99 N/mm (ver Figura 4 a Figura 6). Basado en las dimensiones, condiciones de apoyo y las propiedades de los materiales del modelo, la rigidez teórica del primer y segundo nivel ($K_{\text{1er y 2do nivel}}$) es de 6,36 N/mm, mientras que la rigidez teórica del tercer nivel ($K_{\text{3er nivel}}$) es de 6,60 N/mm. La rigidez experimental obtenida para cada piso alcanza hasta un 41% de diferencia con la teórica que se estimó previamente (ver Cuadro 7).

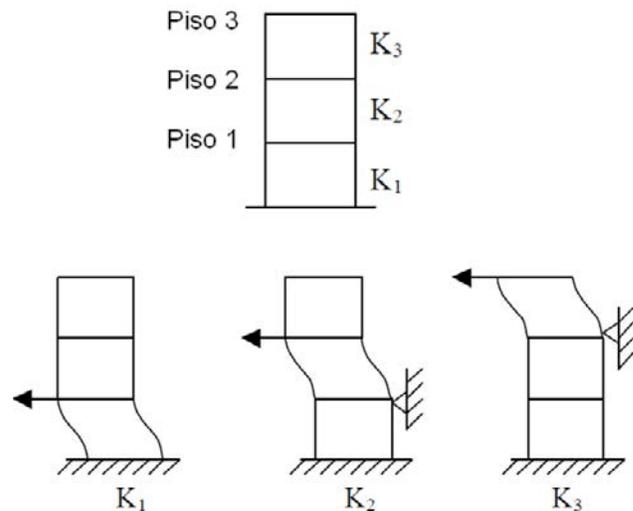


Figura 3. Esquema de la configuración del experimento para obtener la rigidez

Fuente: Miller & Shonkwiler

Cuadro 7. Comparación de las rigideces obtenidas

Piso	Rigidez K (N/mm)		Porcentaje de error (%)
	K _{exp}	K _{calc}	
1	3,72	6,36	41,5
2	3,70	6,36	41,8
3	3,99	6,60	39,5

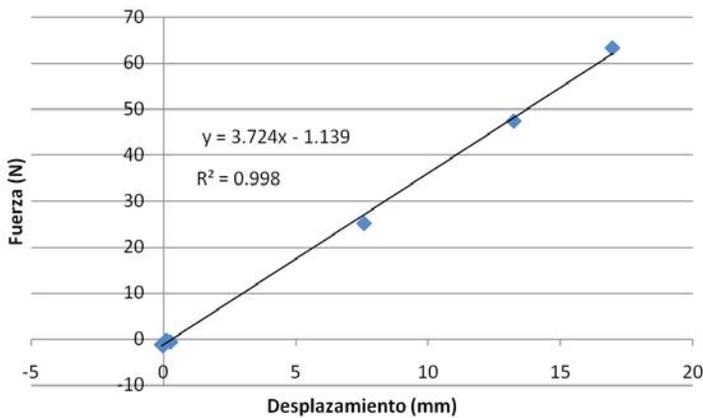


Figura 4. Fuerza contra desplazamiento para el primer nivel del modelo

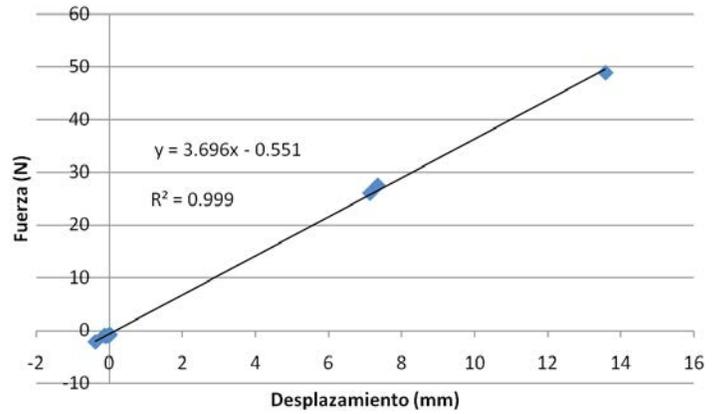


Figura 5. Fuerza contra desplazamiento para el segundo nivel del edificio

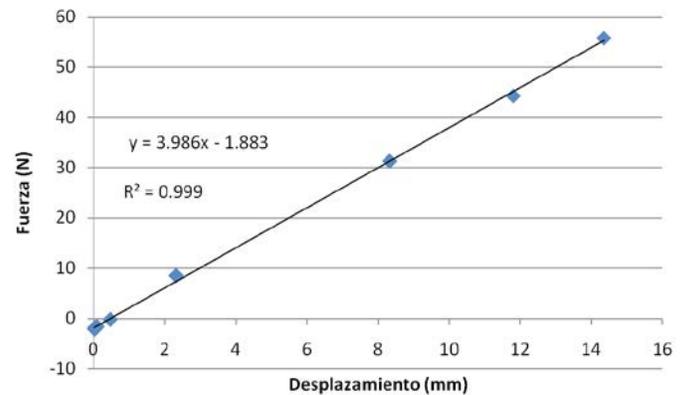


Figura 6. Fuerza contra desplazamiento para el tercer nivel del edificio

3.2.3 Cálculo de diámetro equivalente de barras

Se puede notar que existe una diferencia considerable entre la rigidez teórica y la experimental. Por lo tanto, en el modelo de SAP2000 se recomienda utilizar un diámetro de barra equivalente que genere una rigidez más cercana a la experimental; esto permitirá obtener resultados analíticos que se aproximen mejor a los resultados obtenidos a partir del modelo físico del edificio. El diámetro de barra equivalente se puede obtener de la siguiente manera,

$$K_{\text{promedio 1er y 2do nivel}} = 3,71 \text{ N/mm}$$

$$K_{\text{barra 1er y 2do nivel}} = \frac{K_{\text{promedio 1er y 2do nivel}}}{4} = \frac{3,71 \text{ N/mm}}{4} = 0,928 \text{ N/mm/barra}$$

$$I_{\text{barra}} = \frac{K_{\text{barra 1er y 2do nivel}} \cdot L^3}{12E} = \frac{(0,928 \text{ N/mm/barra})(327 \text{ mm})^3}{12(1,91 \times 10^5 \text{ MPa})} = 14,1 \text{ mm}^4$$

$$d_{\text{equivalente}} = \sqrt[4]{\frac{I_{\text{barra}} \cdot 64}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{14,1 \cdot 64}{\pi}} = 4,12 \text{ mm}$$

La diferencia existente entre la rigidez teórica y la experimental puede ser ocasionada por el modelo de doble empotramiento que se ha supuesto para las barras entre cada uno de los niveles. Es probable que este modelo no refleje las condiciones reales de los apoyos del modelo físico; la restricción a la rotación en los nodos que proveen las conexiones formadas por los adaptadores y las tuercas no es total, y se permite cierta rotación. Por lo tanto, las conexiones tienen una rigidez rotacional finita. Sin embargo, en este caso se ha simplificado el análisis manteniendo la idealización de conexiones rígidas y se ha considerado un diámetro equivalente de las barras para obtener una rigidez más cercana a la experimental (“ajustada”) en cada uno de los niveles del modelo.

3.3. Resultados del experimento para determinar el amortiguamiento

Para obtener el coeficiente de amortiguamiento se construyó la curva de respuesta en función de la frecuencia del modelo experimental. Se utilizó una amplitud de movimiento de la mesa vibratoria constante de 0,7 mm (ver nota), y se variaron las frecuencias en el rango de 2 a 3 Hz. A partir de la prueba se determinó que la frecuencia natural del primer modo de vibración es 2,59 Hz ($T = 0,386$ s), para la cual se obtuvo un desplazamiento máximo del modelo de 44 mm ($TR = 63$). El coeficiente de amortiguamiento respectivo fue de 0,01332. Cabe destacar que este coeficiente de amortiguamiento corresponde al primer modo de vibración del modelo y se puede esperar que el coeficiente de amortiguamiento para los demás modos sea distinto. Sin embargo, se considera que el primer modo de vibración es el que tiene mayor participación en la respuesta dinámica del modelo ante una excitación sísmica. Por lo tanto, se utiliza

un coeficiente de amortiguamiento de 0,013 para el análisis en SAP2000. Alternativamente se podría obtener el coeficiente de amortiguamiento para cada modo de vibración para tener un análisis más detallado en el programa.

Nota 1: La amplitud del movimiento sinusoidal de la mesa no debe ser mayor a 1 mm, para evitar daños en el modelo.

Nota 2: La estimación de la frecuencia natural del modelo se puede hacer tan exacta como se considere apropiado, variando la cantidad de puntos de medición cerca del pico de la curva de respuesta.

Cuadro 8. Amplitud del movimiento estacionario del modelo

F (Hz)	u_0 (mm)
2,00	1,7126
2,10	1,9469
2,20	2,3116
2,30	3,0436
2,40	4,1451
2,50	7,2657
F (Hz)	u_0 (mm)
2,53	19,1785
2,55	32,8957
2,57	41,3781
2,60	42,3964
2,63	19,9533
2,65	14,9341
F (Hz)	u_0 (mm)
2,67	12,8113
2,70	9,5089
2,80	4,9853
2,90	3,4739
3,00	2,5233

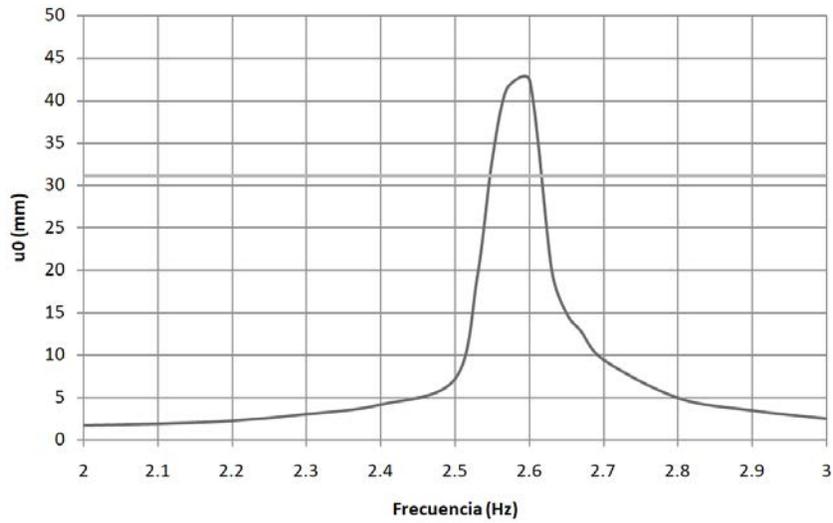


Figura 7. Amplitud del movimiento estacionario del modelo contra frecuencia

Cuadro 9. Parámetros para determinar el coeficiente de amortiguamiento

u_0 máx. (mm)	44.0
u_0 máx./$\sqrt{2}$ (mm)	31.1
f_n (Hz)	2.590
f_b (Hz)	2.616
f_a (Hz)	2.547
ξ	0.01332

3.4. Esquema del modelo tridimensional

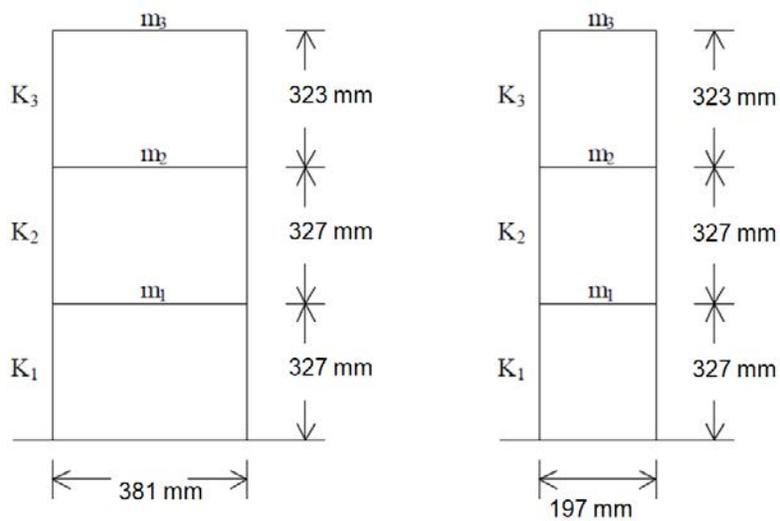


Figura 8. Esquema con las características del modelo

Fuente: Miller & Shonkwiler, s.f.

$$K_1 = K_2 = 3,71 \text{ N/mm}$$

$$K_3 = 3,84 \text{ N/mm}$$

Coeficiente de amortiguamiento $\xi = 0,013$

$$m_1 = 2655,4 \text{ g}$$

$$m_2 = 2655,4 \text{ g}$$

$$m_3 = 2576,9 \text{ g}$$

4. RESULTADOS DE LA ESCALA DEL SISMO DE EL CENTRO

Al correr el sismo de El Centro escalado por medio del programa *Shake Table II Software* es complicado definir el final del registro, debido a que el programa corre el sismo de forma repetitiva. Debido a esto, se recomienda ajustar los datos de forma tal que coincidan las formas de los registros, tomando como referencia los picos de aceleración; este procedimiento puede ser complejo pero es más exacto que estimar la escala a partir de la duración de los registros, dada la incertidumbre en torno a la duración del registro escalado del sismo. Al llevar a cabo este procedimiento se obtiene un factor de tiempo de 3,464. Como el factor de escala del modelo (S) es igual al cuadrado del factor de tiempo ($3,464^2 = 12$), la escala del modelo es aproximadamente 1:12. Se debe recalcar que este cálculo corresponde al factor de escala del *Shake Table II Software* que ha sido definido por el desarrollador del programa, el cual no puede ser modificado por el usuario.

En la Figura 9 y la Figura 10 se muestran los datos originales y escalados respectivamente, ambos en una gráfica con un rango de tiempo de 0 a 40 segundos. La Figura 11 muestra los datos originales graficados de 0 a 40 segundos y la Figura 12 presenta los datos escalados de 0 a 11,55 segundos, lo cual representa 1/3,464 del rango de duración de los datos originales. Los registros que se presentan de esta manera muestran ser muy similares, por lo que la escala temporal de 1:3,464 es apropiada. Entonces, el factor de escala del modelo usado para el sismo de El Centro fue de aproximadamente 12.

Nota 1: Los sismos previamente programados que incluye la mesa vibratoria del UCIST no están escalados con el mismo factor de escala.

Nota 2: Por medio de MATLAB sí se puede correr el sismo únicamente una vez, lo que permite definir con claridad el final del registro. Adicionalmente, MATLAB permite al usuario controlar el factor de escala. Por estos motivos es recomendable utilizar MATLAB para controlar la mesa vibratoria. Sin embargo, MATLAB no es compatible con LabView, programa con el cual se adquieren las mediciones en el resto de las pruebas, por lo que ambos programas no pueden funcionar simultáneamente en la misma computadora. Por este motivo, en el desarrollo de este manual se ha controlado la mesa con el *Shake Table II Software* de manera que se pueda controlar la mesa y adquirir los datos con una sola computadora. Alternativamente se puede utilizar una computadora para controlar la mesa con MATLAB y otra computadora para adquirir los datos con LabView.

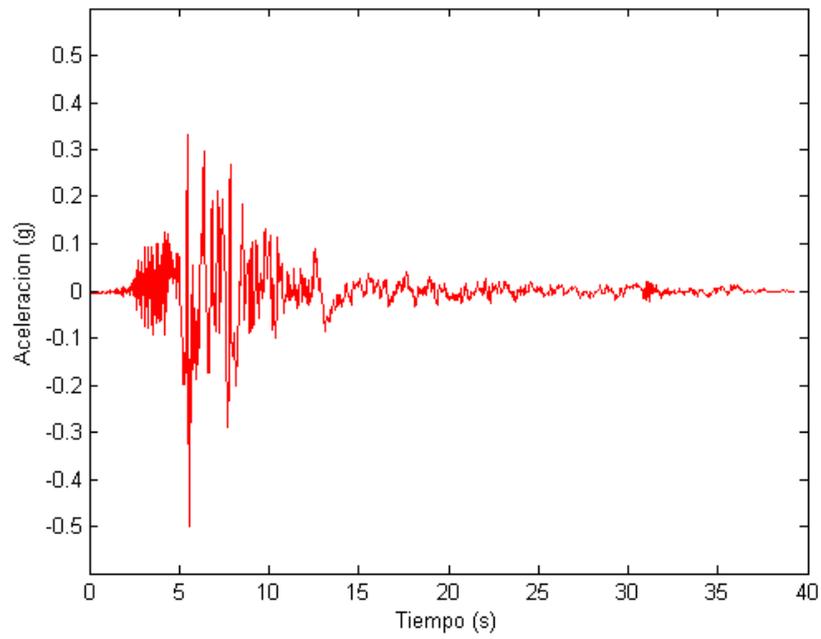


Figura 9. Registro original del sismo del Centro con rango temporal de 40 segundos

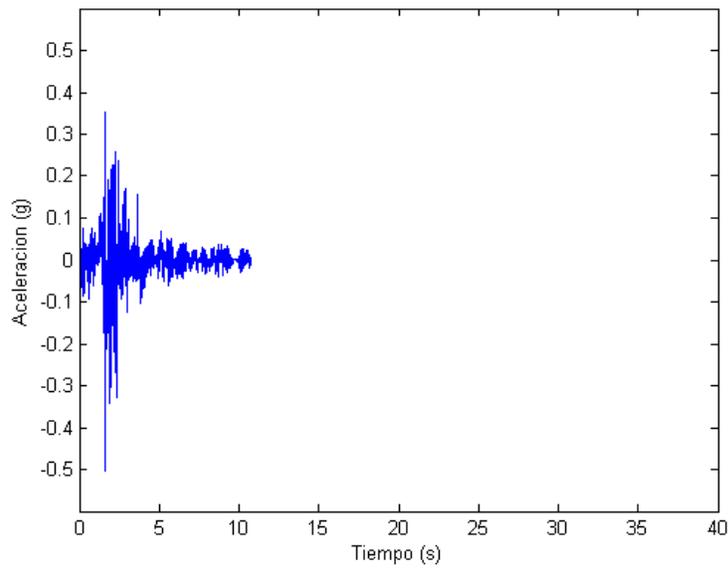


Figura 10. Registro escalado del sismo del Centro con rango temporal de 40 segundos

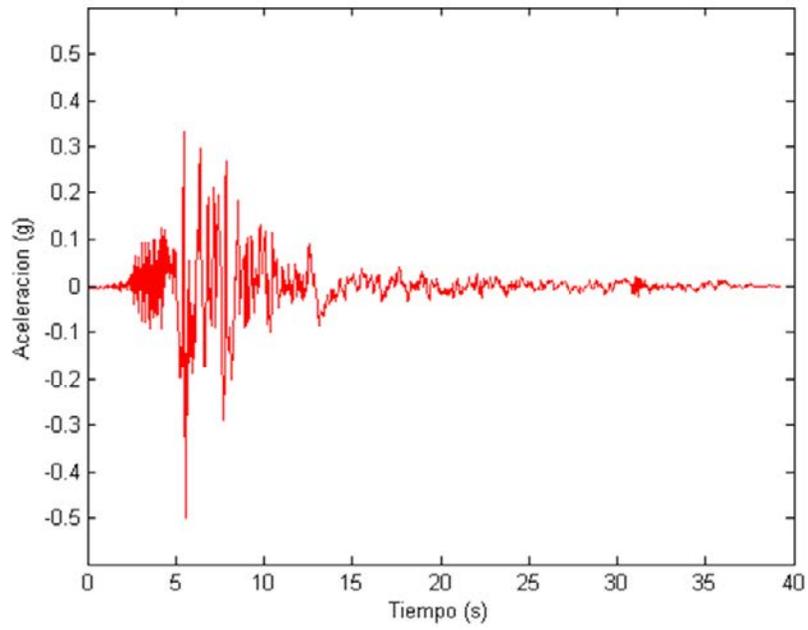


Figura 11. Registro original del sismo del Centro con rango temporal de 40 segundos

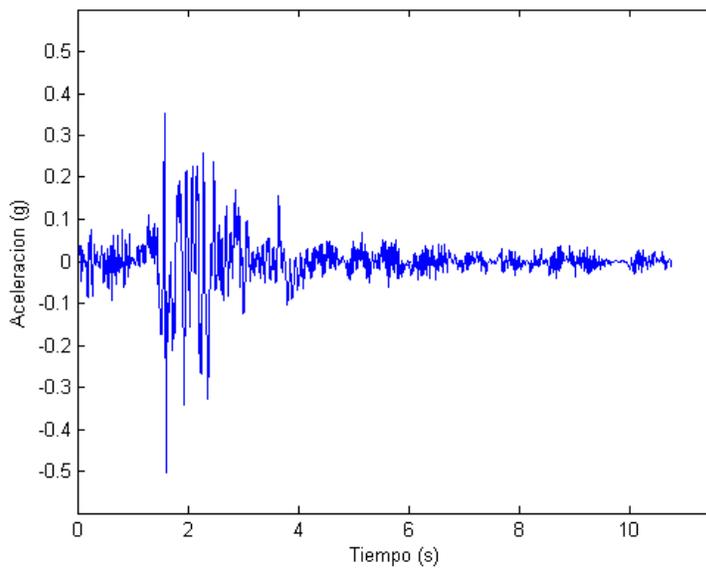


Figura 12. Registro escalado del sismo del Centro con rango temporal de 11,55 segundos

5. EXPERIMENTOS CON LA MESA VIBRATORIA DEL UCIST

Las siguientes dos secciones contienen datos recopilados de los experimentos realizados con la mesa vibratoria del UCIST. Los datos de aceleración fueron recolectados usando acelerómetros triaxiales independientes del sistema de la mesa vibratoria. Los datos de desplazamiento fueron recopilados por medio de sensores de desplazamiento láser.

5.1. Resultados experimentales de las aceleraciones

Los datos de aceleración máxima se muestran en el Cuadro 10. Estos valores son bastante consistentes, pero varían ligeramente entre cada prueba. También se muestran las desviaciones y los coeficientes de variación estándar. No fue posible determinar con exactitud el tiempo de ocurrencia de estas aceleraciones debido a que las aceleraciones se registraron con un acelerómetro independiente a la mesa vibratoria, por lo que el registro de datos inicia en distintos momentos para cada prueba y no inicia al mismo instante que el sismo.

En las siguientes páginas, se presentan tres gráficos de aceleración en función del tiempo para cada nivel del modelo tridimensional (base, piso 1, piso 2, y piso 3). El experimento se llevó a cabo tres veces para cada nivel; se destaca que en cada ensayo se registró la aceleración de sólo uno de los

niveles, pues se contaba con un único acelerómetro para la ejecución de la prueba. Los gráficos de cada nivel se muestran en una sola página para que se pueda realizar una comparación directa.

Los registros de aceleraciones obtenidos para cada nivel son prácticamente idénticos, como se puede verificar en los gráficos que se presentan más adelante. Únicamente el registro de aceleraciones del primer ensayo para el tercer piso presenta ciertas diferencias respecto al segundo y tercer ensayo de ese mismo nivel cerca de los cuatro segundos; no obstante, la diferencia es leve y el resto del registro es muy similar al de las otras pruebas. Por su parte, las aceleraciones máximas también son bastante consistentes pero sí se evidencian variaciones ligeras entre cada prueba. En general esto muestra que el experimento es repetible, pero los resultados varían ligeramente cada vez que la simulación sísmica se ejecuta. Esta información debe ser tomada en cuenta al momento de comparar los datos de aceleración de la mesa de vibratoria con los datos de aceleración de SAP2000.

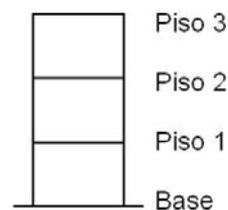


Figura 13. Ubicación de los pisos
Fuente: Miller & Shonkwiler, s.f.

Cuadro 10. Aceleraciones máximas para el sismo de El Centro

Nivel	Aceleración (g)					Coeficiente de variación
	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Promedio	Desviación estándar	
Mesa	0,592	0,570	0,584	0,582	0,011	1,86%
Piso 1	0,798	0,832	0,821	0,817	0,017	2,09%
Piso 2	0,828	0,845	0,869	0,847	0,021	2,46%
Piso 3	1,046	1,008	0,987	1,014	0,030	2,93%

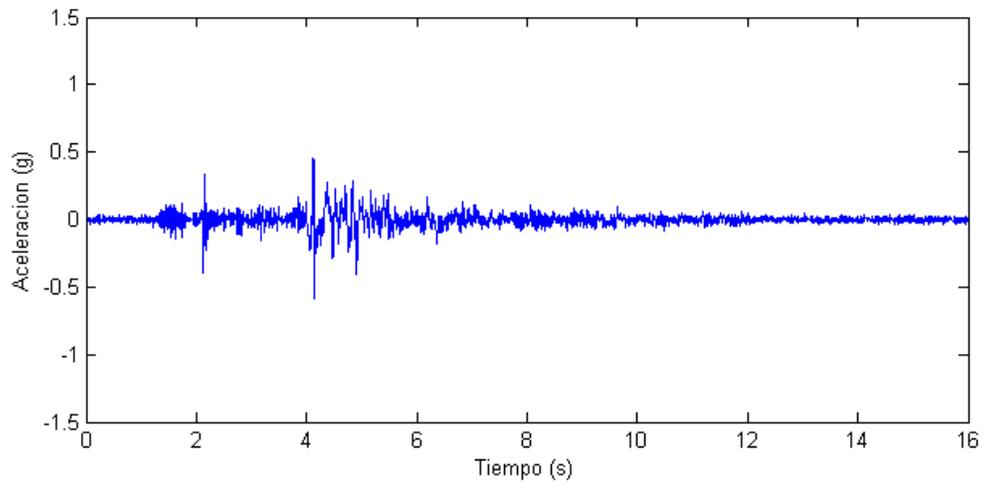


Figura 14. Aceleraciones de la base contra el tiempo para primer ensayo

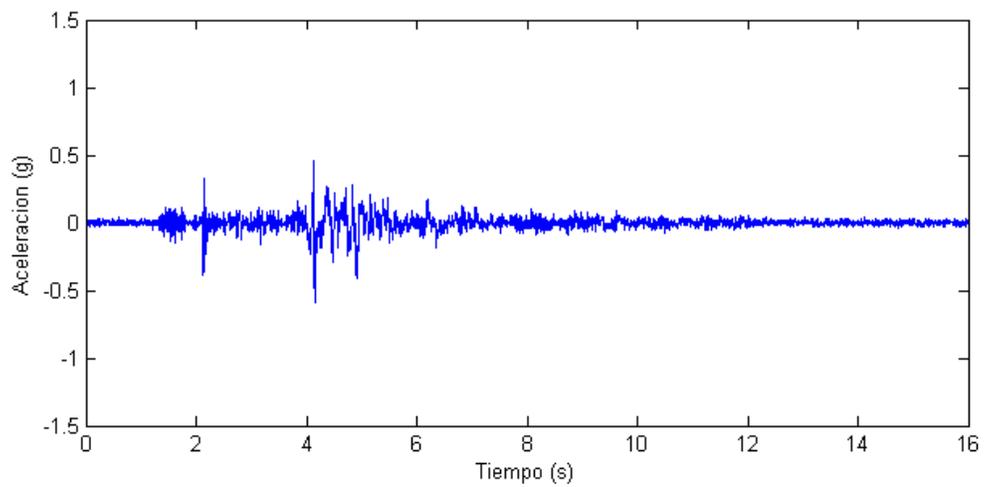


Figura 15. Aceleraciones de la base contra el tiempo para segundo ensayo

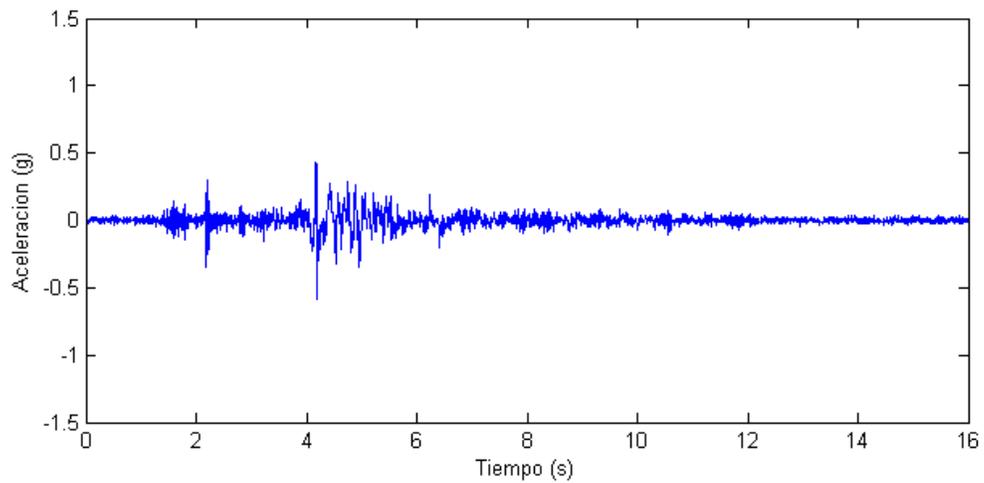


Figura 16. Aceleraciones de la base contra el tiempo para tercer ensayo

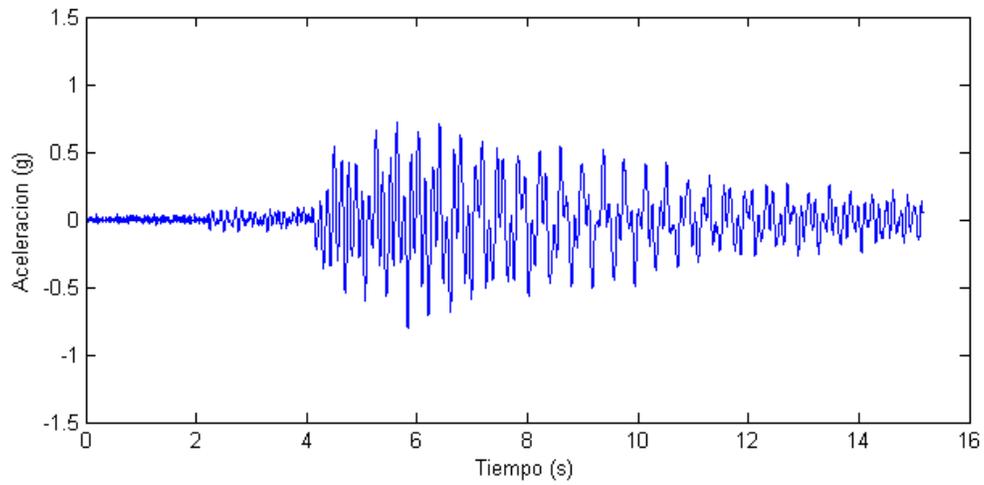


Figura 17. Aceleraciones del primer piso contra el tiempo para primer ensayo

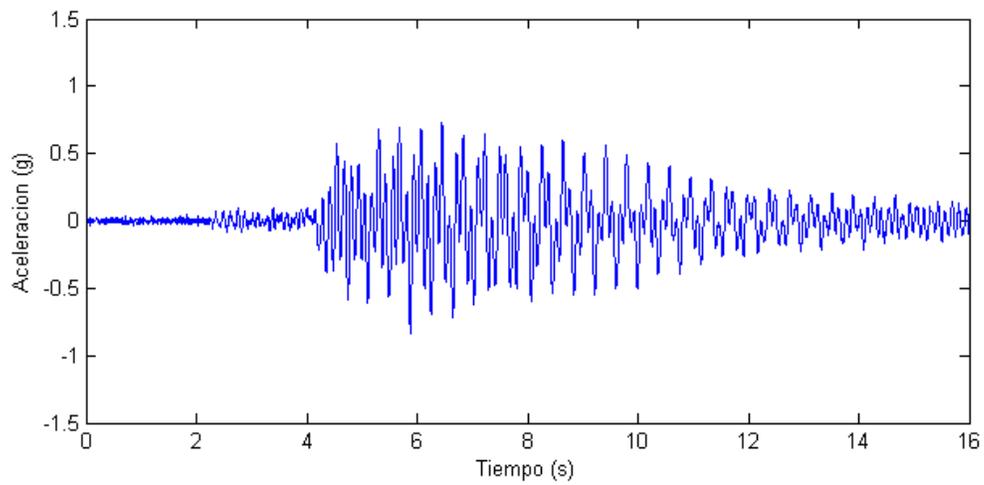


Figura 18. Aceleraciones del primer piso contra el tiempo para segundo ensayo

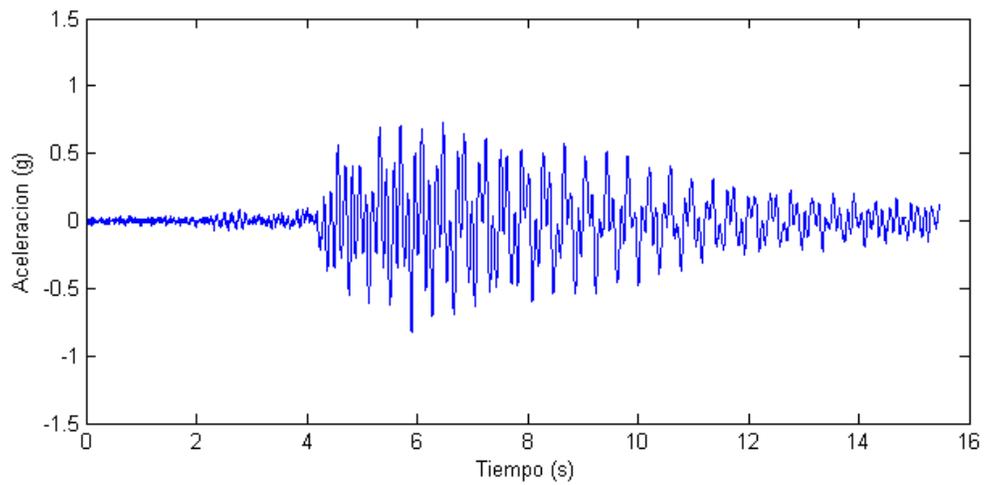


Figura 19. Aceleraciones del primer piso contra el tiempo para tercer ensayo

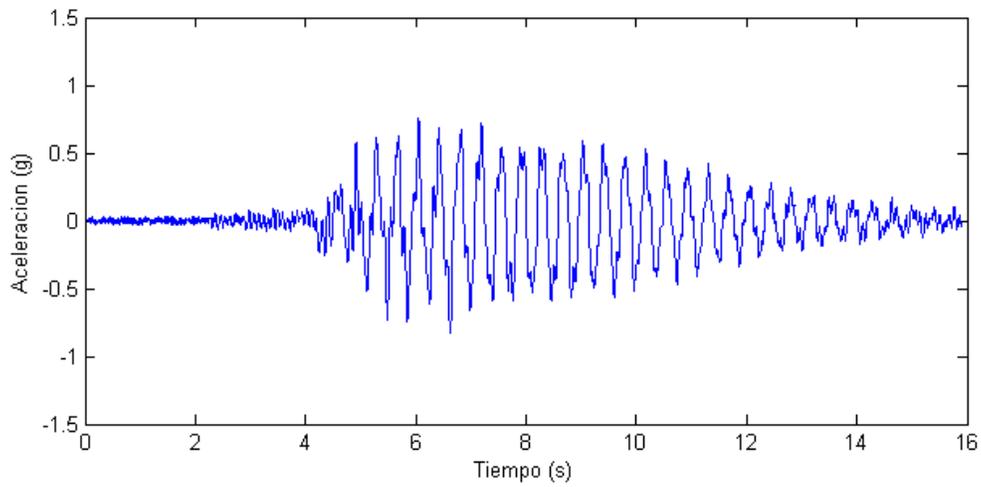


Figura 20. Aceleraciones del segundo piso contra el tiempo para primer ensayo

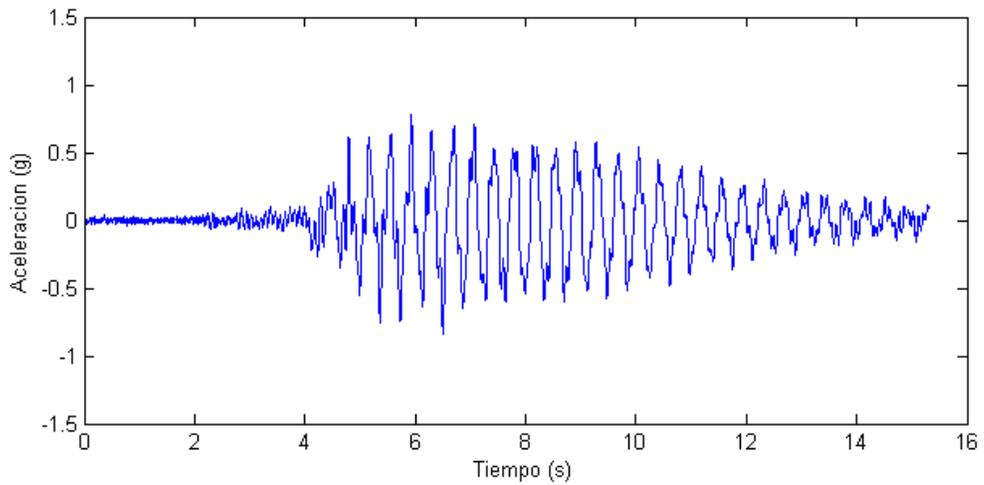


Figura 21. Aceleraciones del segundo piso contra el tiempo para segundo ensayo

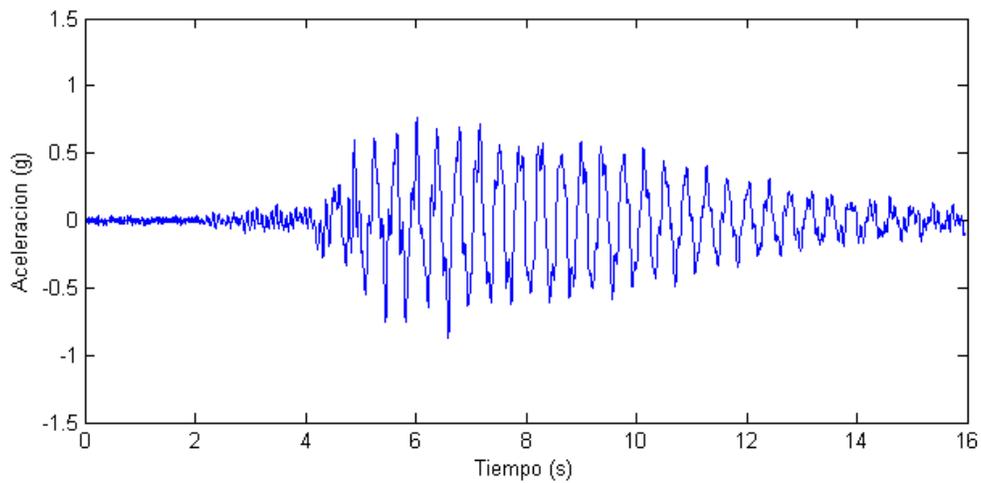


Figura 22. Aceleraciones del segundo piso contra el tiempo para tercer ensayo

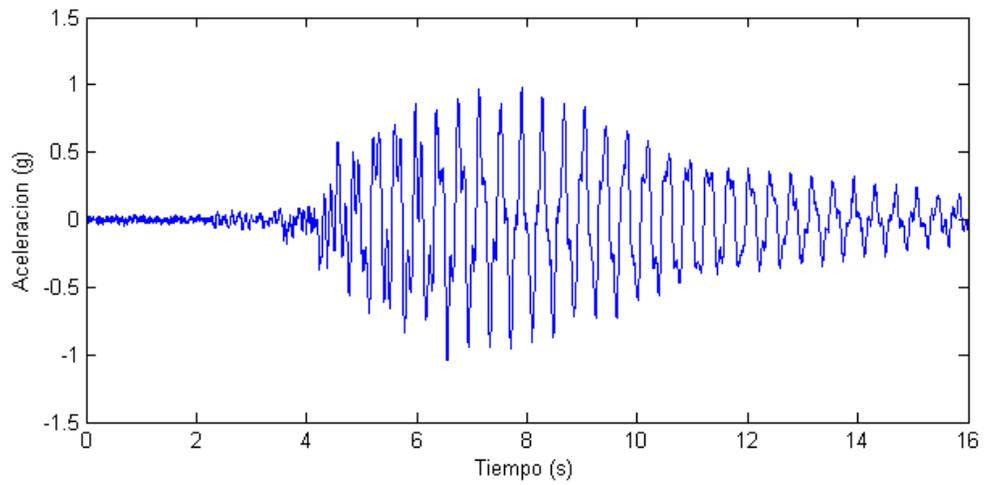


Figura 23. Aceleraciones del tercer piso contra el tiempo para primer ensayo

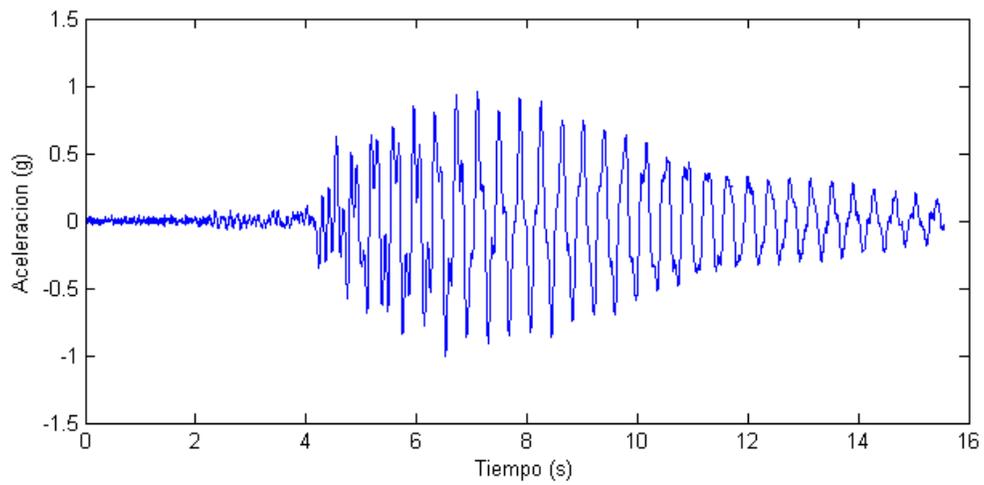


Figura 24. Aceleraciones del tercer piso contra el tiempo para segundo ensayo

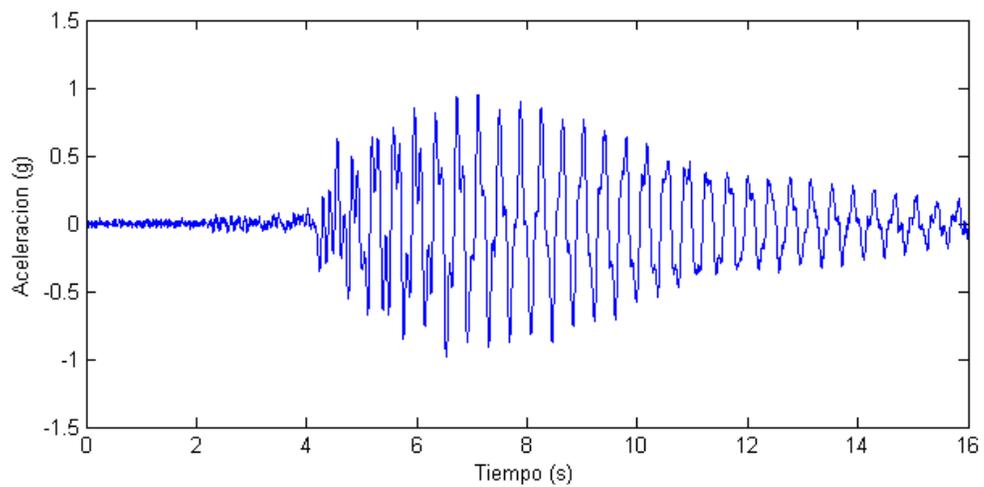


Figura 25. Aceleraciones del tercer piso contra el tiempo para tercer ensayo

5.2. Resultados experimentales de los desplazamientos

Basado en el “Experimento de desplazamientos”, el desplazamiento máximo del tercer piso relativo a la base de la estructura fue de 27,501 mm bajo el efecto del sismo escalado de El Centro. La medición del desplazamiento, tanto de la base como del tercer nivel, se llevó a cabo por medio de transductores de desplazamiento láser. Sin embargo, debido a que los transductores de desplazamiento láser son independientes al sistema de la mesa vibratoria no se puede determinar con exactitud el tiempo transcurrido desde el inicio del sismo para que se presente el desplazamiento relativo máximo, ya que el inicio de la medición de desplazamientos y del sismo se da en instantes distintos. En la Figura 26 se presenta el gráfico de desplazamiento relativo entre el tercer piso y la base del modelo.

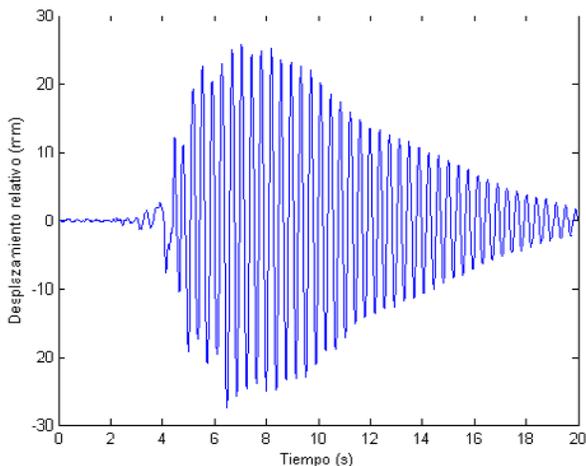


Figura 26. Desplazamiento relativo entre base y tercer piso contra tiempo

6. RESULTADOS DEL MODELO ANALÍTICO

Se creó un modelo analítico bidimensional en SAP2000 del modelo físico tridimensional. Se utilizaron las propiedades, dimensiones, masas y coeficiente de amortiguamiento que se obtuvieron experimentalmente y que se indican en “3. Especificaciones del modelo tridimensional”. El área de sección transversal utilizado para la sección general de las barras es igual al doble del área de sección transversal de una barra. El momento de inercia utilizado para la sección general de las barras es el doble del momento de inercia de una barra. La sección general para las barras se llamó “BARRA2”. Las conexiones entre las columnas y el piso se modelaron como rígidas. Por su parte, las masas se ingresaron en los nodos, con la masa de cada nivel repartida equitativamente entre los dos nodos del nivel.

Las propiedades de la sección equivalente “BARRA2” se establecen con base en el diámetro equivalente de las barras calculado en “3.2.3 Cálculo de diámetro equivalente de barras”. Se recuerda que esto es una técnica aplicada al modelo analítico para que reproduzca el comportamiento del modelo experimental. Como se mostró previamente, la rigidez teórica que se obtiene utilizando el diámetro real de las barras es menor que la experimental. Esto debido a que la rigidez de los apoyos del modelo físico es menor a la que supone teóricamente cuando se considera un empotramiento perfecto de las columnas.

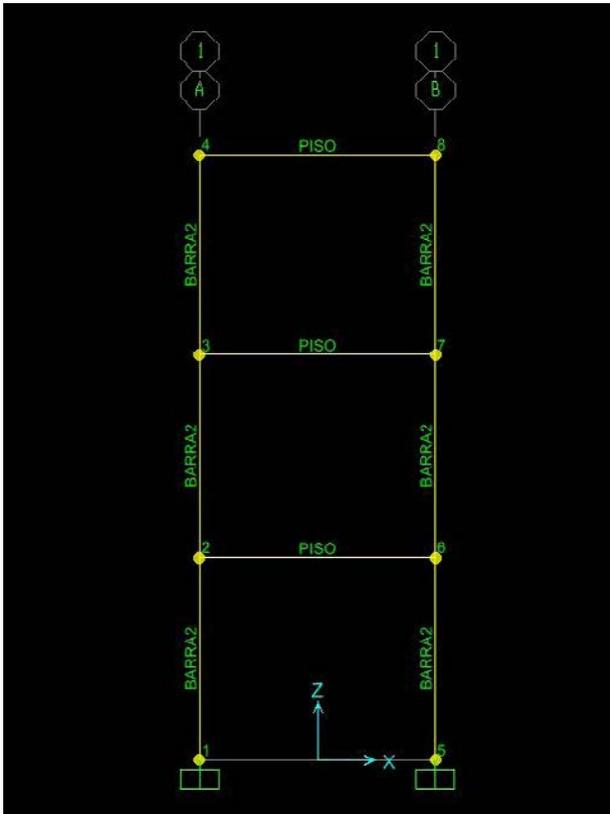


Figura 27. Modelo analítico en SAP2000

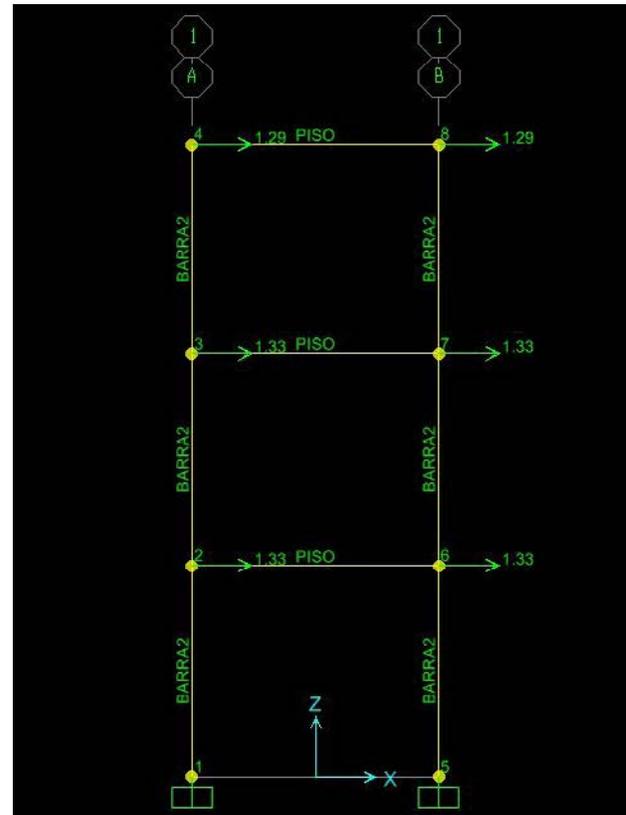


Figura 28. Masas del modelo analítico en kg

Antes de revisar los resultados de aceleraciones y desplazamientos para el sismo de El Centro, se obtuvieron los coeficientes de rigidez y frecuencias naturales del modelo para verificar que sea semejante al modelo físico. Para la verificación de la rigidez del modelo, se aplicó una carga de 10 N en cada nivel fijando los demás niveles y se obtuvo el desplazamiento respectivo; posteriormente se obtuvo la rigidez como $K=P/\Delta$. De la Figura 29 a la Figura 31 se muestra la forma en que se obtuvieron estos coeficientes de rigidez. Los valores de rigidez obtenidos

para el primer y segundo nivel tienen un error inferior al 2% respecto a los valores experimentales, mientras que el error de la rigidez del tercer nivel es de aproximadamente 5%. En cuanto a las frecuencias naturales, se obtuvieron las frecuencias de los primeros tres modos de vibración del modelo analítico por medio del análisis modal de SAP2000. Únicamente se comparó la frecuencia del primer modo de vibración con su valor experimental (pues fue la única que se obtuvo experimentalmente); el error fue de un 2%. De acuerdo con estos parámetros, se puede esperar que los resultados del modelo analítico sean razonables.

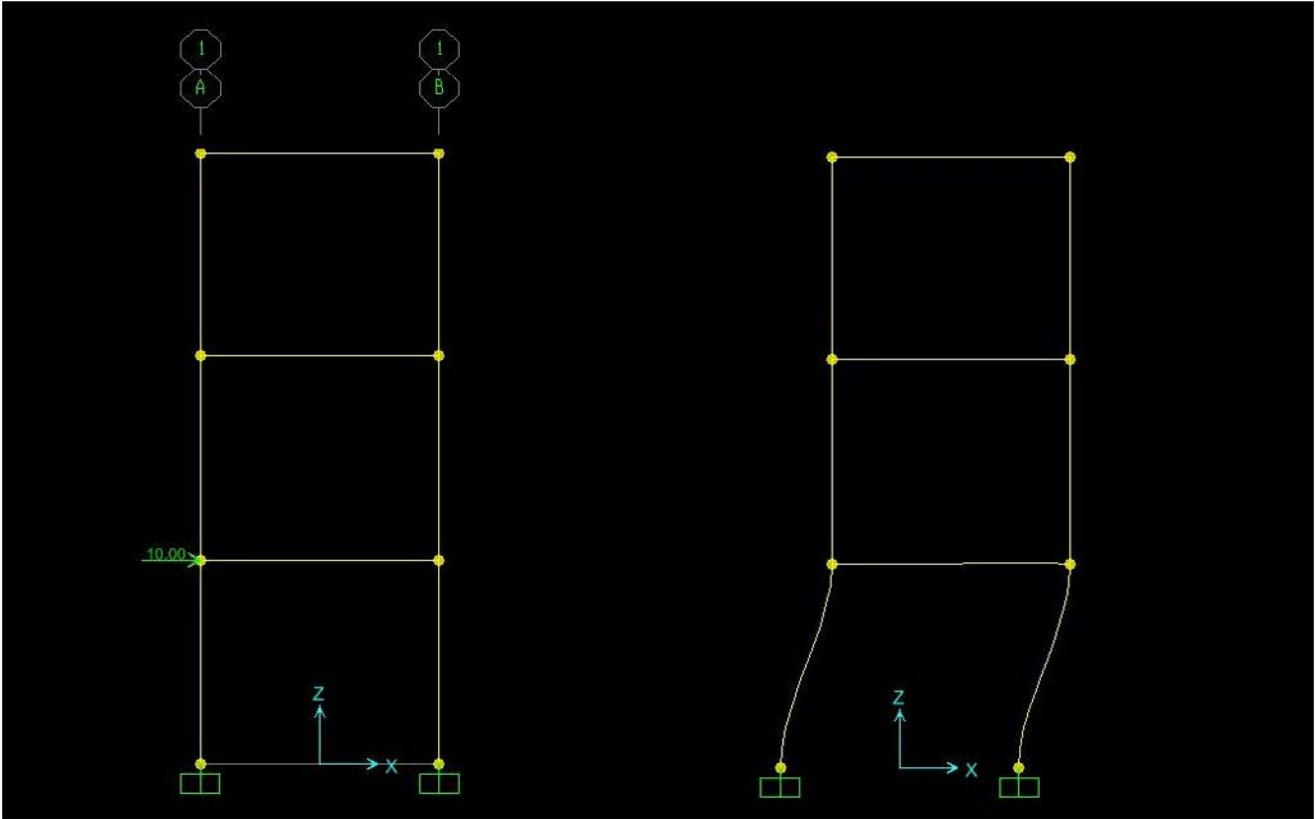


Figura 29. Determinación de K1 en el modelo de SAP2000

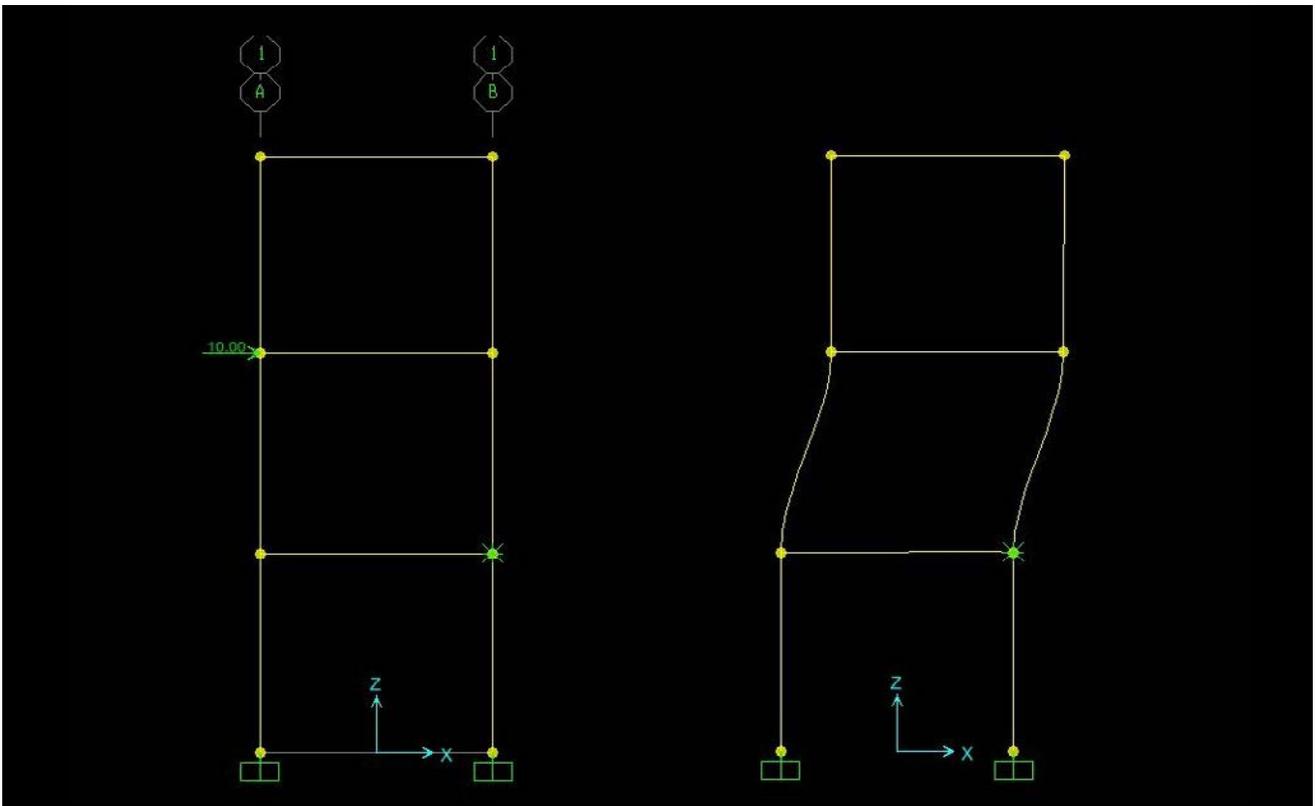


Figura 30. Determinación de K2 en el modelo de SAP2000

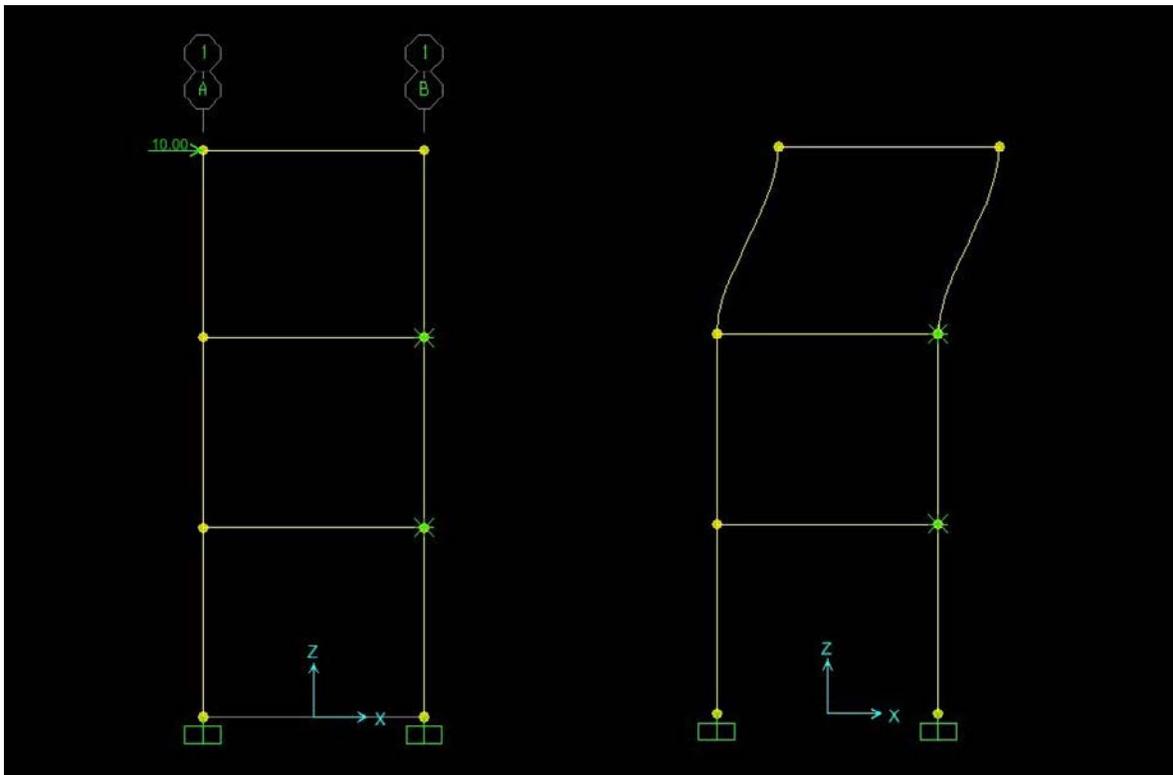


Figura 31. Determinación de K3 en el modelo de SAP2000

Cuadro 11. Coeficientes de rigidez (N/mm²) experimentales y analíticos del modelo de SAP2000

Rigidez	Modelo SAP2000	Experimental	Error (%)
K1	3.67	3.72	1.28
K2	3.65	3.70	1.39
K3	3.78	3.99	5.16

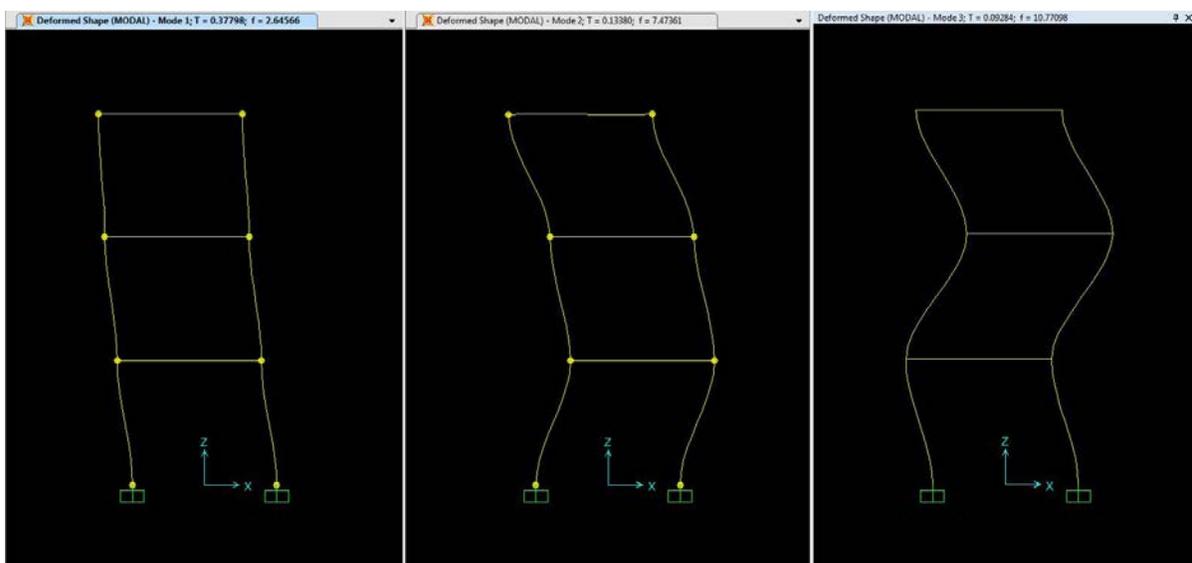


Figura 32. Primeros tres modos de vibración del modelo de SAP2000

Cuadro 12. Frecuencias naturales (Hz) experimentales y analíticas del modelo de SAP2000

Modo de vibración	Frecuencia de modelo SAP2000 (Hz)	Frecuencia experimental (Hz)	Error (%)
1	2,65	2,59	2,15
2	7,47	-	-
3	10,77	-	-

Seguidamente se realizó el análisis de historia en el tiempo para el sismo del El Centro. El registro de aceleración que se utilizó para este análisis es el que se midió experimentalmente en el primer ensayo (Figura 14). Las aceleraciones máximas en cada nivel y el desplazamiento relativo máximo se presentan en el Cuadro 13 y Cuadro 14 respectivamente. Posteriormente se presentan las historias en el tiempo de aceleraciones y desplazamientos (Figura 33 a Figura 37).

Cuadro 13. Aceleraciones máximas del modelo de SAP2000

Nivel	Aceleración máxima (g)
Base	0,590
1	0,464
2	0,531
3	0,752

Cuadro 14. Desplazamiento relativo máximo del nivel superior del modelo de SAP2000

Nivel	Desplazamiento relativo máximo (mm)
3	22,429

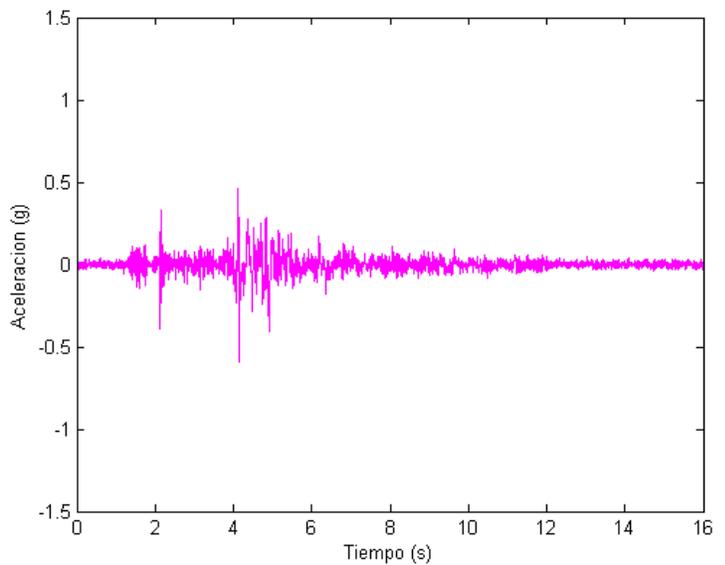


Figura 33. Aceleración en la base del modelo de SAP2000

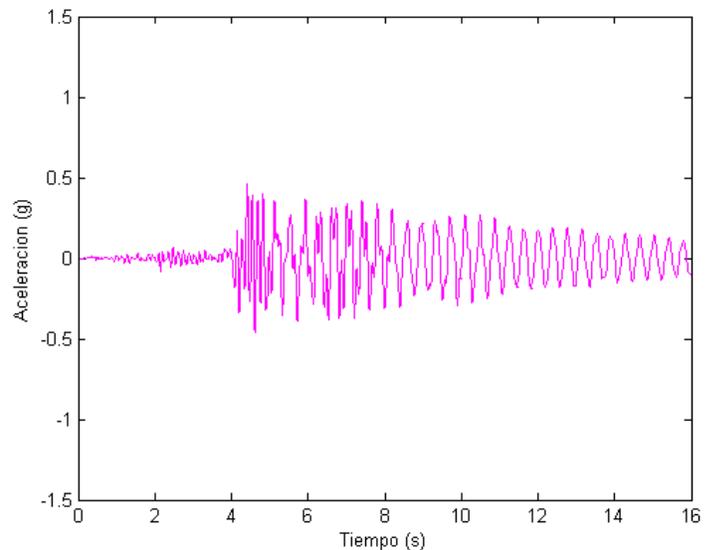


Figura 34. Aceleración en el primer nivel del modelo de SAP2000

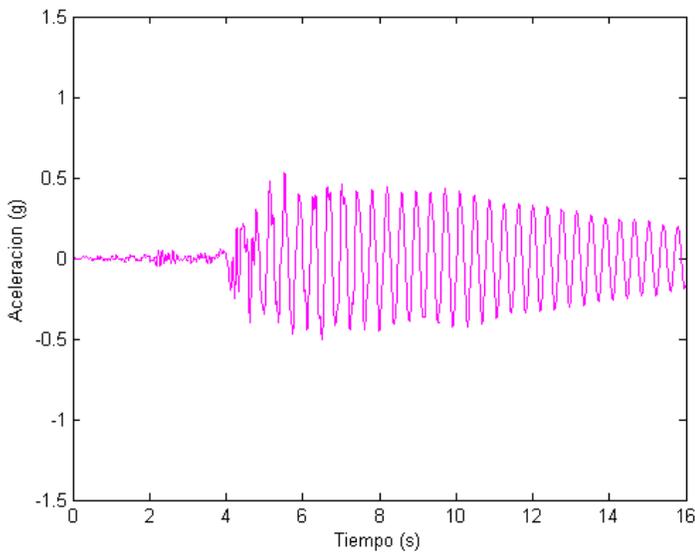


Figura 35. Aceleración en el segundo nivel del modelo de SAP2000

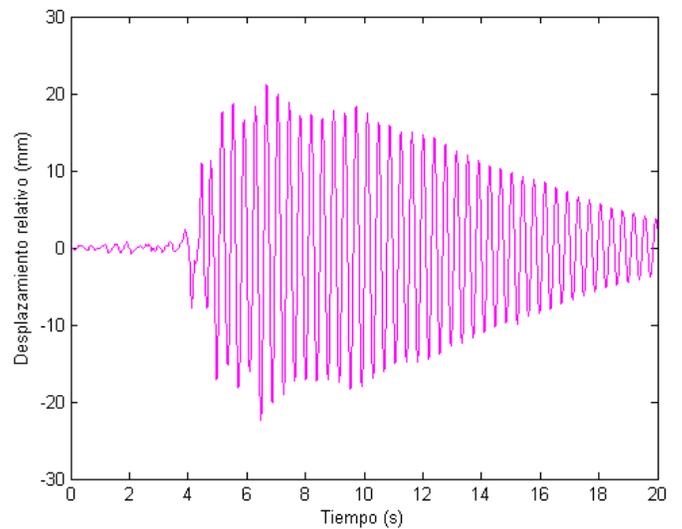


Figura 37. Desplazamiento relativo del tercer nivel del modelo de SAP2000

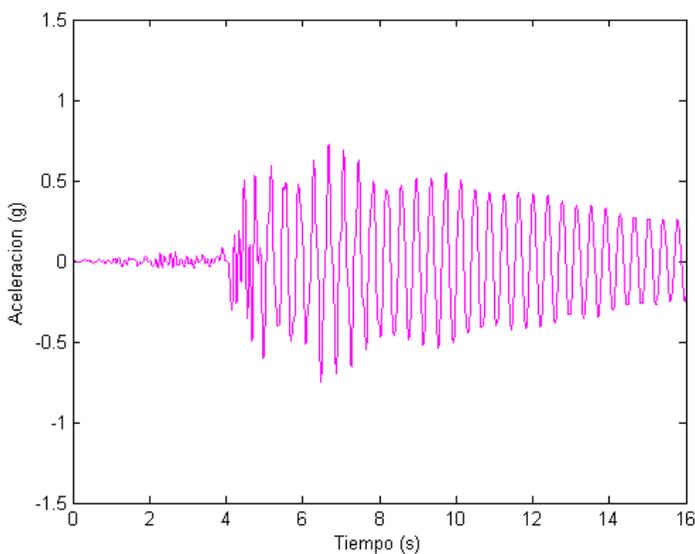


Figura 36. Aceleración en el tercer nivel del modelo de SAP2000

7. COMPARACION ENTRE LOS RESULTADOS DEL MODELO EXPERIMENTAL Y ANALÍTICO

Los resultados experimentales y los de SAP2000 no fueron tan cercanos como se deseaba. El Cuadro 15 y el Cuadro 16 muestran la comparación de las máximas aceleraciones de cada nivel y del máximo desplazamiento relativo del tercer nivel, respectivamente. El máximo desplazamiento en SAP2000 fue un 18% menor que el que se obtuvo de manera experimental, lo cual se encuentra dentro de un margen de error razonable. No obstante, las aceleraciones máximas en cada nivel del modelo de SAP2000 son de 26% a 43% menores que las experimentales.

Las diferencias obtenidas son elevadas. Sin embargo, los porcentajes de error obtenidos por Shonkwiler y Miller para la misma prueba tienen valores similares a los que se presentan en este manual; los investigadores presentan errores para las aceleraciones entre 26 y 44% y un error para el desplazamiento relativo del tercer nivel del 10%. Por lo tanto, es esperable que se obtengan estos porcentajes de error para el modelo analítico que se ha considerado.

Debido a que el modelo de SAP2000 predice desplazamientos más pequeños y aceleraciones menores que las experimentales, esto parece indicar que el modelo analítico tiene una mayor rigidez que el modelo físico. Sin embargo, esto no se cumple, como se mostró en “6. Resultados del modelo analítico”. Además, la diferencia en la rigidez es muy baja (del 1% al 5%), pues el modelo de SAP2000 se ajustó para que la rigidez estática fuera similar a la experimental.

Otra explicación posible para las grandes diferencias en las aceleraciones es la selección de acelerómetros para la prueba. En los ensayos se utilizó un acelerómetro MEMSIC CXL10GP3 con un rango de medición de ± 10 g. Sin embargo, este acelerómetro es muy ruidoso para niveles bajos de excitación como los que experimenta el modelo tridimensional ante la señal sísmica de la mesa vibratoria (aceleraciones menores a 1 g). A su vez, el registro de aceleraciones utilizado en SAP2000 fue el que se obtuvo con este acelerómetro, por lo que el ruido de alta frecuencia en el registro puede afectar los demás resultados. Aunque no toda la diferencia en las aceleraciones se puede atribuir a los sensores, esta situación sí puede aumentar la diferencia entre las aceleraciones experimentales y las del modelo analítico.

Por otra parte se debe destacar que el modelo analítico que se ha desarrollado es bastante simplificado y esto también contribuye a las diferencias obtenidas en los resultados. Como se ha mencionado previamente, la idealización rígida de las conexiones probablemente no refleja su comportamiento real. Esto se resolvió de manera simplificada utilizando un diámetro equivalente de barras para obtener una rigidez analítica cercana a la experimental. Otra de

las simplificaciones realizadas fue el uso de un único coeficiente de amortiguamiento para cada modo de vibración del modelo, a pesar de que cada modo tiene un coeficiente de amortiguamiento distinto. Además, al realizar un modelo analítico bidimensional se desprecian los modos de vibración torsionales que sí pueden afectar el comportamiento del modelo físico. Alternativamente se podría desarrollar un modelo analítico más detallado para tratar de obtener resultados más cercanos a los experimentales.

Cuadro 15. Comparación de máximas aceleraciones experimentales y del modelo de SAP2000

Nivel	Aceleración modelo SAP2000 (g)	Aceleración experimental (g)	Error (%)
Base	0.590	0.582	-
1	0.464	0.817	43.2
2	0.531	0.847	37.4
3	0.752	1.014	25.8

Cuadro 16. Comparación de máximo desplazamiento experimental y del modelo de SAP2000

Nivel	Desplazamiento modelo SAP2000 (mm)	Desplazamiento experimental (mm)	Error (%)
3	22.429	27.501	18.4

A continuación se muestran gráficos de las aceleraciones y desplazamientos experimentales y de SAP2000 en función del tiempo. Estas figuras se presentan en secciones anteriores del manual pero se vuelven a incluir aquí para que se puedan comparar directamente los resultados. Se puede observar que los gráficos experimentales y de SAP2000 tienen una forma similar, pero presentan variaciones notables en magnitud.

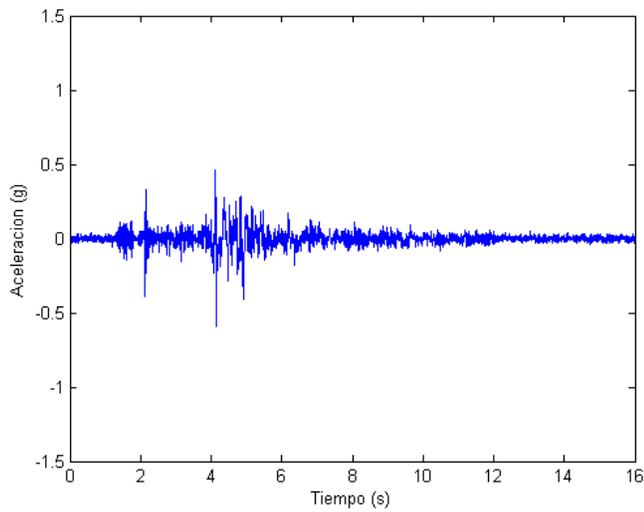


Figura 38. Aceleración de la mesa vibratoria en primer ensayo

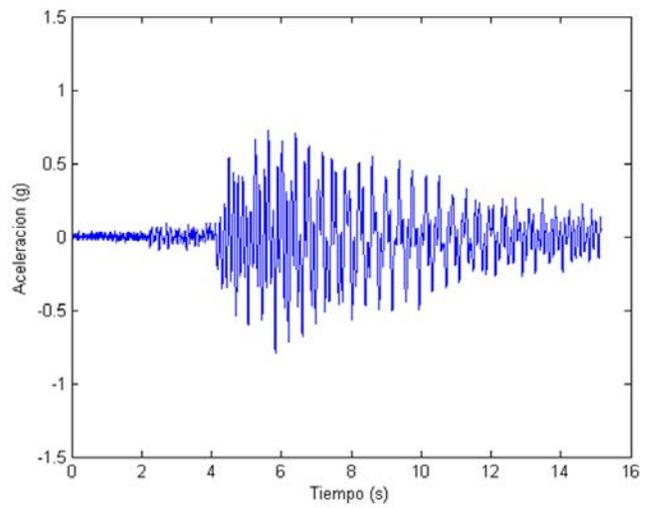


Figura 40. Aceleración del primer nivel del modelo físico en primer ensayo

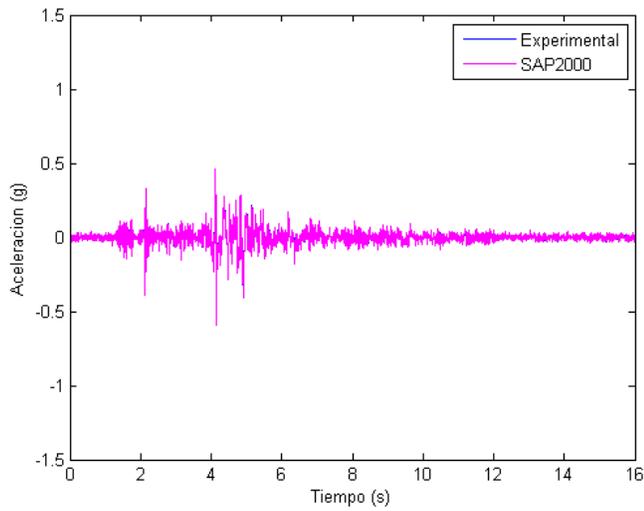


Figura 39. Aceleración en la base del modelo de SAP2000

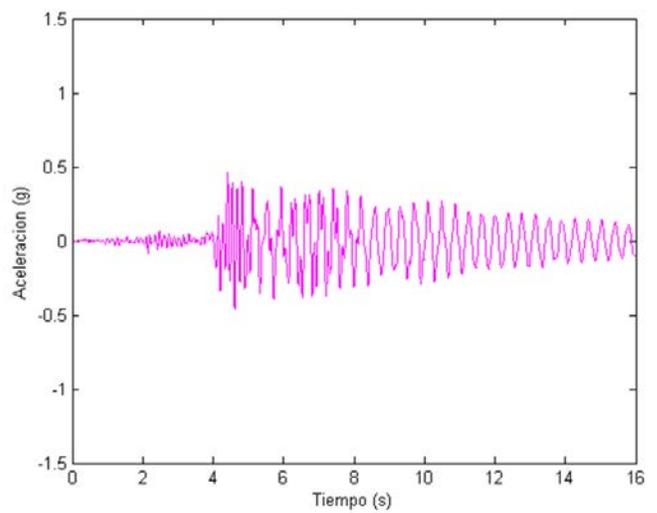


Figura 41. Aceleración del primer nivel del modelo de SAP2000

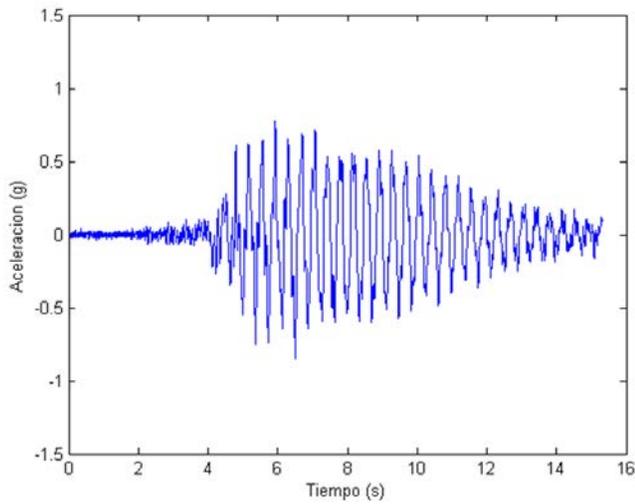


Figura 42. Aceleración del segundo nivel del modelo físico en segundo ensayo

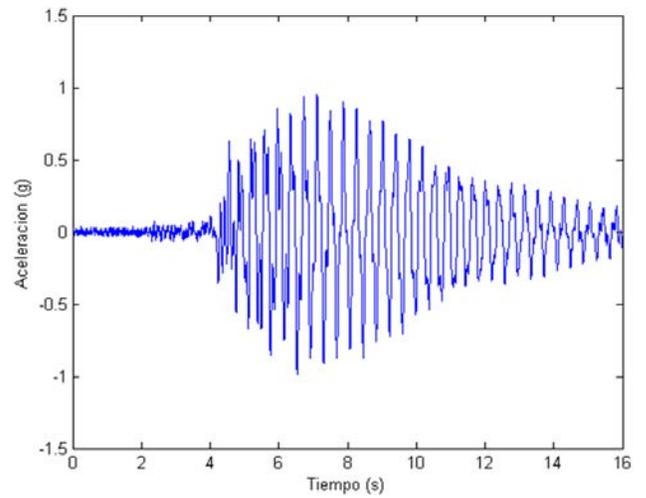


Figura 44. Aceleración del tercer nivel del modelo físico en tercer ensayo

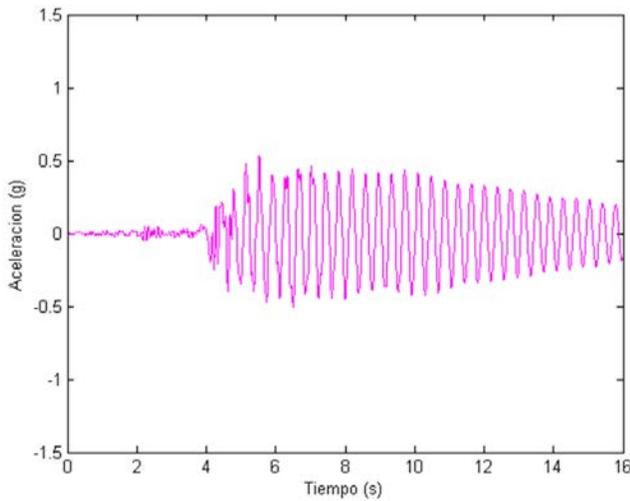


Figura 43. Aceleración del segundo nivel del modelo de SAP2000

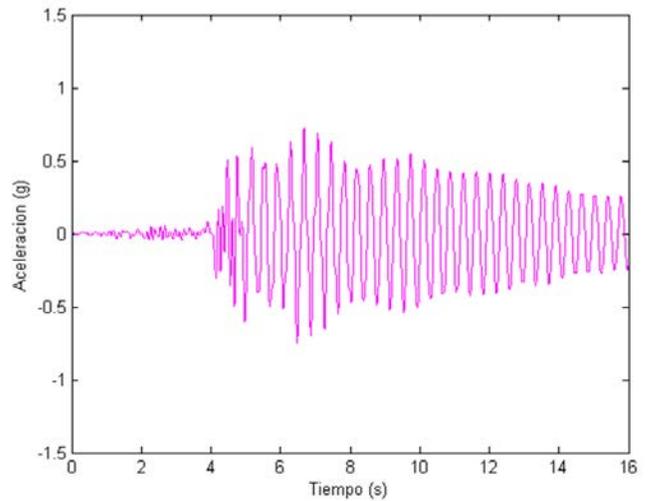


Figura 45. Aceleración del tercer nivel del modelo de SAP2000

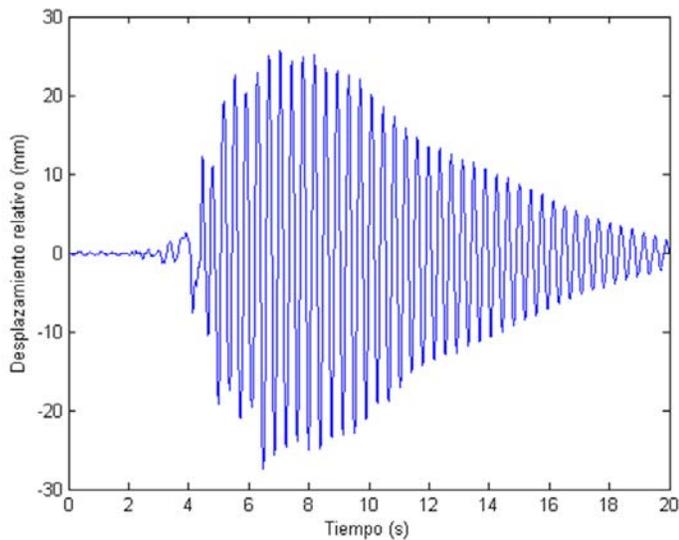


Figura 46. Desplazamiento relativo del tercer nivel del modelo físico

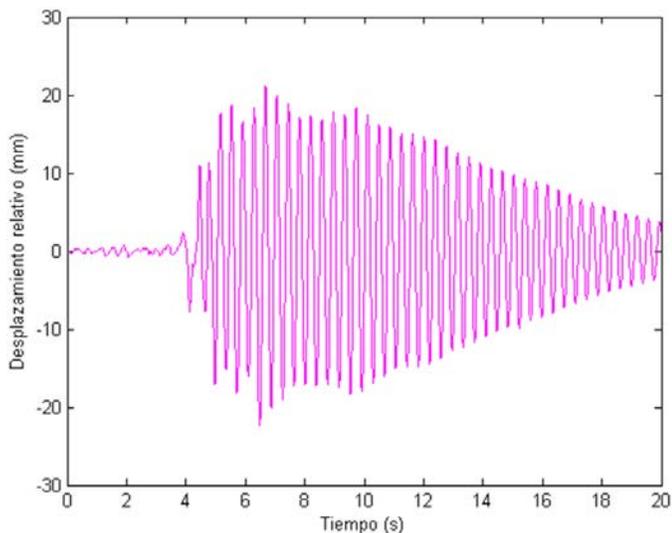


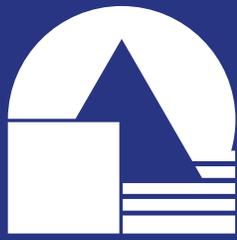
Figura 47. Desplazamiento relativo del tercer nivel del modelo de SAP2000

7. OTROS USOS

1. Crear un modelo tridimensional en SAP2000.
2. Modelar el edificio como un sistema de tres grados de libertad, haciendo el modelo de un edificio tipo cortante. Se pueden resolver los valores y vectores propios para encontrar las frecuencias y modos de vibración manualmente, y compararlos con los experimentales. Posteriormente, se puede predecir la respuesta ante el sismo registrado experimentalmente en la mesa vibratoria con el método de Newmark - beta para sistemas de múltiples grados de libertad, y comparar la historia en el tiempo con los resultados experimentales.
3. Aplicar la transformada Fourier a una señal de aceleración en vibración libre del edificio para obtener las frecuencias naturales.
4. Se puede colocar una masa excéntrica al modelo físico para demostrar torsión. Los datos pueden ser registrados en dos direcciones perpendiculares si dos acelerómetros uniaxiales son colocados en cada piso. Orientando uno de los acelerómetros en una dirección y el segundo a 90° del primero se pueden recopilar los datos en las direcciones "x" y "y". Alternativamente se puede utilizar un acelerómetro triaxial en cada piso.
5. Construir un modelo tridimensional más pequeño y sujetar ambos modelos (el modelo discutido en este manual y el más pequeño) a la mesa vibratoria del UCIST. Se pueden desarrollar experimentos con los dos edificios para demostrar el golpeteo entre ellos.
6. Se pueden instalar arriostres en cruz.
7. Se podría montar un cilindro en la mesa vibratoria, relleno con arena y agua para experimentos y demostraciones de licuefacción.
8. La mesa vibratoria del UCIST y los modelos pueden utilizarse en programas de difusión en escuelas y colegios.

8. REFERENCIAS

- Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of Structures*. New Jersey: Prentice - Hall, Inc.
- Dyke, S. (2010). *Instructional Shake Tables: A Cooperative Effort in Earthquake*. Recuperado el 17 de septiembre de 2013, de University Consortium on Instructional Shake Tables: <https://engineering.purdue.edu/UCIST/default.html>
- Harris, H., & Sabnis, G. (1999). *Structural Modeling and Experimental Techniques*. Boca Raton, Florida: CRC Press LLC.
- Miller, T., & Shonkwiler, B. (s.f.). [Teaching Module]. *Small-scale shake table experiments and comparison to analytical predictions: Teacher Manual*. Oregon, EEUU: Oregon State University.



LanammeUCR

LABORATORIO NACIONAL
DE MATERIALES Y MODELOS ESTRUCTURALES

 11501-2060 San José, Costa Rica

 (506) 2511-2500

 direccion.lanamme@ucr.ac.cr

 www.lanamme.ucr.ac.cr

Centro de Transferencia Tecnológica

Experimentos a pequeña escala usando mesa vibratoria y su comparación con predicciones analíticas. Manual del profesor.

Diagramación y diseño: Daniela Martínez Ortiz

Control de calidad: Óscar Rodríguez Quintana

Julio, 2019

UCR