



Laboratorio Nacional de

Materiales y Modelos Estructurales



PROGRAMA DE
INFRAESTRUCTURA DEL
TRANSPORTE

P I T R A

Programa de Infraestructura del Transporte (PITRA)

**ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE
PROBABILIDAD ASOCIADA CON EL CBR “IN
SITU” DE LA SUBRASANTE EN SONDEOS
REALIZADOS SOBRE LA RED VIAL
CANTONAL**

Preparado por:

Unidad de Gestión Municipal
PITRA-LanammeUCR

San José, Costa Rica
Febrero, 2014

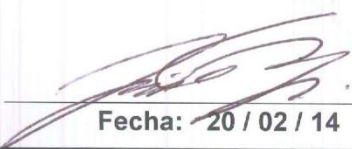


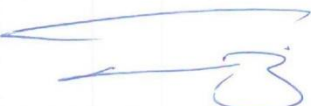
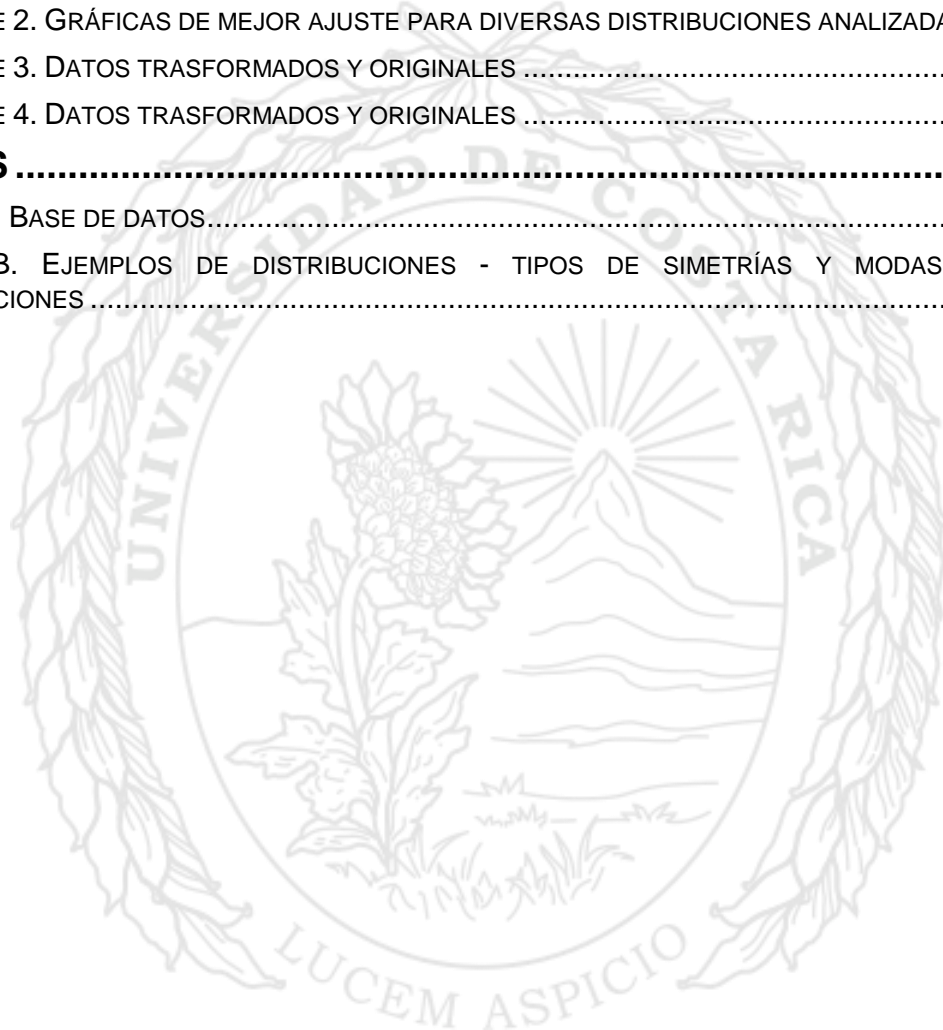
1. Informe LM-PI-GM-05-2014		2. Copia No. 1
3. Título y subtítulo: ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD ASOCIADA CON EL CBR "IN SITU" DE LA SUBRASANTE EN SONDEOS REALIZADOS SOBRE LA RED VIAL CANTONAL		4. Fecha del Informe Febrero, 2014
5. Organización y dirección Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales Universidad de Costa Rica, Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, San Pedro de Montes de Oca, Costa Rica Tel: (506) 2511-2500 / Fax: (506) 2511-4440		
6. Notas complementarias		
7. Resumen <i>En el presente documento se analiza la distribución de probabilidad de los CBR "in situ", obtenidos en sondeos realizados en la red vial cantonal (RVC) de Costa Rica; los datos para el análisis provienen de la base de datos recopilada por la Unidad de Gestión Municipal-PITRA LanammeUCR.</i> <i>Las 250 muestras analizadas, provenientes de suelos del tipo Limos y Arcillas, no se ajustaron a ninguna distribución de probabilidad usual, por lo tanto se utilizó la transformación de Johnson para inferir sobre la muestra. Los datos fueron transformados satisfactoriamente con la transformación de Johnson, obteniendo los valores de CBR 2,9%, 3,7%, 5,4% y 12,0% para los percentiles 25%, 50%, 75% y 95%.</i> <i>La función de transformación utilizada fue: $Z_n = -1,40566 + 0,839918 * A \sinh\left(\frac{X_n - 2,46468}{0,048566}\right)$, proveniente de una familia SU de Johnson. Además se evidencia que el 75% de los valores CBR se poseen valores superiores a 2,9% CBR.</i> <i>Los resultados obtenidos permitirán realizar inferencias estadísticas sobre los valores de CBR, los cuales posteriormente se pueden utilizar para generar herramientas de gestión y evaluación de pavimentos.</i>		
8. Palabras clave CBR, Pavimento, Sondeos, Probabilidad, Normalización, Transformación, Gestión	9. Nivel de seguridad: Ninguno	10. Núm. de páginas 49
11. Preparado por:		
Ing. Jaime Allen Monge, MSc Coordinador Unidad de Gestión Municipal  Fecha: 20 / 02 / 14	Ing. Eliécer Arias Barrantes Unidad de Gestión Municipal  Fecha: 20 / 02 / 14	Efraín Sánchez Solano Asistente Unidad de Gestión Municipal
12. Revisado por: Ing. José Pablo Aguiar Moya, PhD Coordinador Unidad de Materiales y Pavimentos  Fecha: 20 / 02 / 14	13. Aprobado por: Ing. Guillermo Loria Salazar, PhD Coordinador General PITRA  Fecha: 20 / 02 / 14	

TABLA DE CONTENIDO

1. DESCRIPCIÓN.....	6
2. OBJETIVO GENERAL	6
3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	7
4. ESQUEMA CONCEPTUAL.....	7
5. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	9
6. LIMITACIONES.....	9
7. MARCO DE REFERENCIA.....	10
7.1. ÍNDICE DE SOPORTE DE CALIFORNIA (CBR).....	10
7.2. CBR “IN SITU” (ANILLO DE CARGA MANUAL).....	11
7.3. SONDEOS A CIELO ABIERTO EN LA RVC REALIZADOS POR EL LANAMMEUCR	13
7.4. CARACTERIZACIÓN DE LA BASE DE DATOS UTILIZADA	14
7.5. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.....	15
7.6. METODOLOGÍA PARA DETERMINAR LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD ASOCIADA A UNA MUESTRA.....	17
7.6.1. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE.....	18
7.7. TRASFORMACIONES DE DATOS PARA LOGAR UN COMPORTAMIENTO NORMAL	19
7.8. TRASFORMACIÓN DE JOHNSON	21
7.8.1. GENERALIDADES DE LA TRASFORMACIÓN DE JOHNSON.....	22
7.8.2. CONJUNTO DE FAMILIAS DE JOHNSON	23
7.8.2.1. Familia SB de Johnson	23
7.8.2.2. Estimación de los parámetros ($\gamma, \eta, \epsilon, \lambda$) familia SB.....	23
7.8.2.3. Familia SL de Johnson.....	24
7.8.2.4. Estimación de los parámetros ($\gamma, \eta, \epsilon, \lambda$) familia SL	24
7.8.2.5. Familia SU de Johnson	25
7.8.2.6. Estimación de los parámetros ($\gamma, \eta, \epsilon, \lambda$) familia SU.....	25
8. ANÁLISIS DE DISTRIBUCIÓN DE LOS CBR “IN SITU”	26
8.1. ANÁLISIS DESCRIPTIVO	26
8.2. TRASFORMACIÓN DE JOHNSON A LOS DATOS DE CBR “IN SITU”	29
8.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS	32

9. CONCLUSIONES.....	32
10. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	33
11. REFERENCIAS.....	34
12. GLOSARIO	36
APÉNDICES	37
APÉNDICE 1. BASE DE DATOS DE CBR “IN SITU” UTILIZADOS	38
APÉNDICE 2. GRÁFICAS DE MEJOR AJUSTE PARA DIVERSAS DISTRIBUCIONES ANALIZADAS	39
APÉNDICE 3. DATOS TRASFORMADOS Y ORIGINALES	41
APÉNDICE 4. DATOS TRASFORMADOS Y ORIGINALES	42
ANEXOS	45
ANEXO A. BASE DE DATOS.....	46
ANEXO B. EJEMPLOS DE DISTRIBUCIONES - TIPOS DE SIMETRÍAS Y MODAS EN LAS DISTRIBUCIONES	48



ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. COEFICIENTES Y EXPONENTES DE LA PREDICCIÓN DEL CBR BASADOS EN LOS VALORES DE CI.	13
TABLA 2. RESUMEN DE LAS DISTRIBUCIONES ANALIZADAS – VALOR P.	14
TABLA 3. RESUMEN DE LAS DISTRIBUCIONES ANALIZADAS – VALOR P.	27
TABLA 4. ESTADÍSTICA BÁSICAS SOBRE LA POBLACIÓN TRASFORMADA Y REFERENCIADOS A LA POBLACIÓN ORIGINAL.....	31
TABLA 5. PERCENTILES CALCULADOS MEDIANTE LA CURVA DE PROBABILIDAD NORMAL Y REFERENCIADA A LOS VALORES TRASFORMADOS Y VALORES ORIGINALES.....	31

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. ESQUEMA METODOLÓGICO.....	8
FIGURA 2. ANILLO DE CARGA MANUAL EN USO.....	12
FIGURA 3. CURVAS DE PROBABILIDAD NORMAL.....	16
FIGURA 4. COMPONENTES DE LA GRÁFICA DE CAJA.....	18
FIGURA 5. ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DATOS INICIALES.....	26
FIGURA 6. ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LOS DATOS INICIALES CON 1 MUESTRA ELIMINADA.....	28
FIGURA 7. TRASFORMACIÓN DE JOHNSON PARA EL CBR “IN SITU”.....	29
FIGURA 8. ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS PARA LOS DATOS TRASFORMADOS.....	30

1. DESCRIPCIÓN

En la evaluación de pavimentos se estudian las características de la estructura en un momento determinado, haciendo un análisis de los valores como: fricción, regularidad superficial, deflexiones, entre otros; como parte de la evaluación que se realiza en la red vial cantonal se mide el CBR en sitio, obtenido mediante sondeos a cielo abierto (calicatas) y el anillo de carga.

La Unidad de Gestión Municipal (UGM) del LanammeUCR se encarga de celebrar acuerdos con las diferentes municipalidades en el territorio nacional. En estos acuerdos se brinda apoyo técnico, evaluación de la red vial cantonal y formación continua de los profesionales encargados de las vías municipales.

La UGM ha recopilado información desde el año 2009 sobre los valores del CBR in situ de la subrasante en diferentes puntos de la red vial cantonal, obtenidos mediante sondeos coordinados con las municipalices.

En la presente investigación se estudia el comportamiento estadístico de todas estas mediciones obtenidas sobre los CBR en sitio en los suelos tipo limos y arcillas, con lo cual se busca caracterizar de forma general los valores de CBR que se pueden encontrar en la red vial cantonal en diferentes puntos de del territorio nacional.

El CBR es un parámetro ampliamente conocido en área de pavimentos, ya que este brinda información sobre la resistencia de la subrasante (suelo), y es sobre esta capa que se coloca la base, subbase y superficie de rodadura. La capacidad de soporte de la subrasante posee una relación directa sobre los espesores de las capas superiores; dado que una subrasante con un bajo índice de soporte de carga, requerirá mayores espesores en las capas superiores, en comparación con otra subrasante que posea un índice de soporte significativamente mayor que requerirá espesores menores de los mismos materiales.

2. OBJETIVO GENERAL

Analizar la distribución de probabilidad asociada a los CBR “in situ” obtenidos en la red vial cantonal, que permita realizar análisis e inferencia estadística, como insumo para generar herramientas de gestión y evaluación de pavimentos más precisas.

3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar literatura referente a la metodología sobre la toma de los datos de cielos abiertos y el equipo utilizado para medición del Índice de Soporte de California (CBR) “in situ”, como metodología de auscultación de pavimentos para la red vial cantonal.
- Elaborar una caracterización de la base de datos utilizada sobre los CBR in situ, con el fin de conocer la distribución general por provincias a los cuales pertenecen los datos.
- Analizar la metodología para el ajuste de datos a una distribución de probabilidad, y el procedimiento estadístico para llevar a cabo una transformación de los datos que ajusten a la normalidad.
- Determinar la distribución de probabilidad asociada a los CBR “in situ” tomados de la RVC de Costa Rica y realizar inferencias estadísticas sobre este valor.

4. ESQUEMA CONCEPTUAL

En la figura 1 se presenta el esquema metodológico conceptual implementado para realizar esta investigación sobre los CBR “in situ”, desde sus fundamentos teóricos hasta la implementación de análisis estadísticos para obtener la distribución de probabilidad.

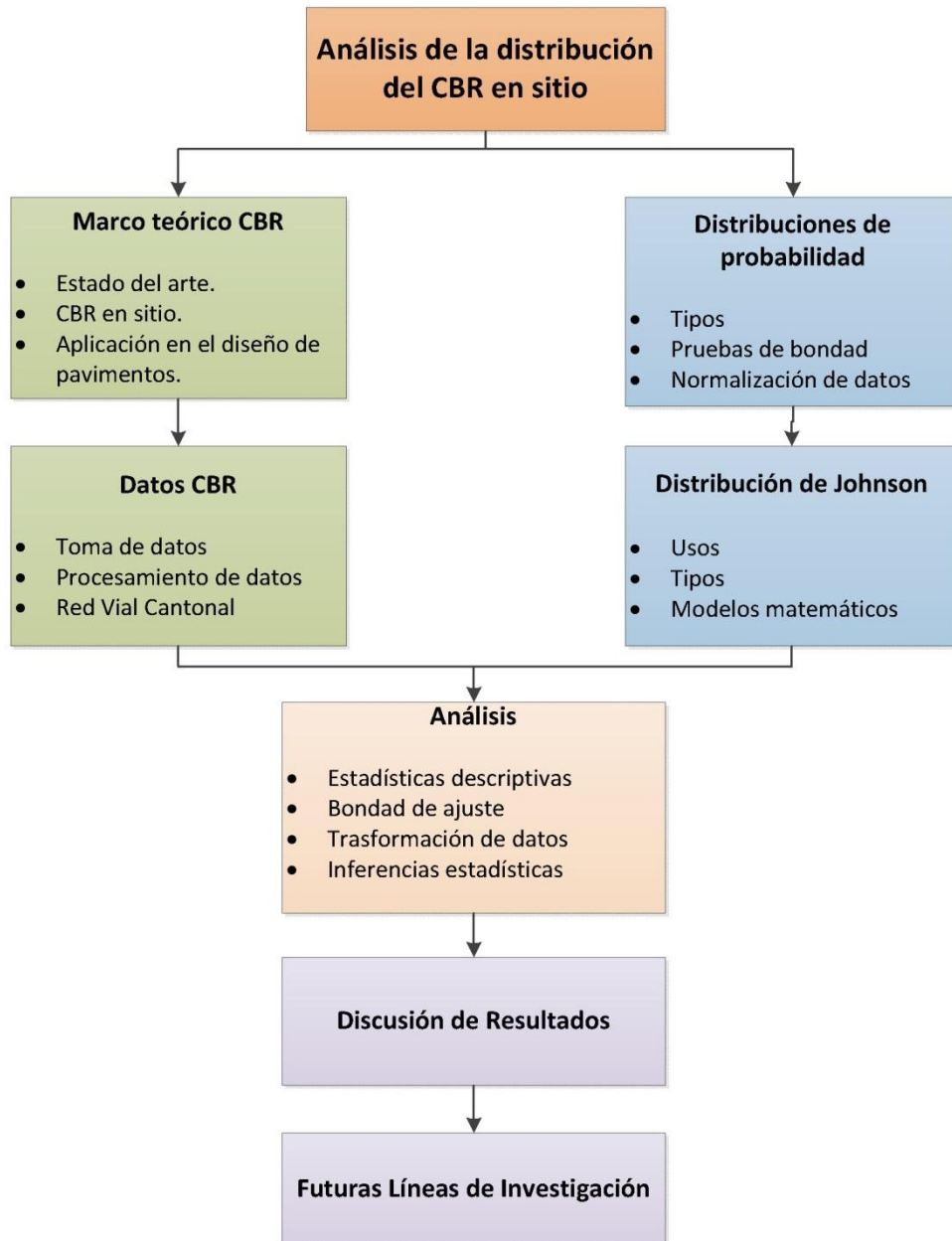


Figura 1. Esquema metodológico.

5. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El CBR fue concebido desde 1929 (Quintana Crespo, 2005) como parámetro de referencia para estimar la capacidad de soporte de los suelos, esto debido a que es un ensayo sencillo y su interpretación es simple y fácil de aplicar (U.S.D.O.T, 2006).

En la actualidad en Costa Rica no existen estudios referentes al comportamiento estadístico del CBR “in situ” de la subrasante en la red vial cantonal. Con esta información se podrían caracterizar los valores típicos del CBR “in situ” que se pueden encontrar en las vías de las diversas municipalidades.

Comprender el comportamiento estadístico del CBR “in situ” hace posible seleccionar, con un nivel de confianza, el valor de la capacidad de soporte de la subrasante. Con esta información se podrían proponer herramientas de evaluación y gestión más precisas en beneficio de las municipalidades.

6. LIMITACIONES

El análisis se limita al parámetro CBR “in situ” de suelos del tipo, limos y arcillas, para un total de 250 sondeos realizados desde enero del 2009 hasta setiembre del 2013 por el LanammeUCR, los cuales se muestran en el Anexo A. El análisis se realiza de forma global para describir el comportamiento de los CBR “in situ” realizado en diversos puntos de la red vial cantonal.

Los datos del CBR no corresponden a un muestreo aleatorio planificado, más bien, se tiene como fin último caracterizar los datos obtenidos por petición de las diversas municipalidades del país. Pese a esto, se tiene una muestra en la mayoría de las provincias, a excepción de la provincia de Limón. En el futuro podrán realizarse sondeos con el fin enriquecer más la bases de datos.

Se limita a analizar los valores puntuales de los CBR “in situ” de suelos tipo limos y arcillas como un conjunto, sin realizar distinción sobre su ubicación, clima y factores ambientales inmediatos al momento del muestreo. Lo anterior para realizar un acercamiento inicial y obtener un panorama general sobre el comportamiento del CBR “in situ” en la red vial cantonal de Costa Rica.

7. MARCO DE REFERENCIA

7.1. Índice de soporte de california (CBR)

Las siglas CBR provienen del nombre en inglés *California Bearing Ratio*. Se define como una relación entre la carga unitaria necesaria para lograr una determinada profundidad de penetración de un pistón, dentro de la muestra compactada de suelo a un contenido de humedad y densidad dadas, con respecto a la carga unitaria patrón requerida para obtener la misma profundidad de penetración en una muestra estándar de material triturado (Papagiannakis & Masad, 2008).

El CBR es una medida indirecta de la resistencia del suelo, calculada a partir de la resistencia a la penetración de un pistón normalizado que se mueve a una velocidad normalizada para una distancia de penetración prescrita.

Los valores de CBR se utilizan comúnmente para diseños de carreteras, aeropuertos, estacionamiento y otros diseños basados en especificaciones empíricas locales o métodos específicos normalizados (FHWA, FAA, AASHTO).

El CBR también ha sido correlacionado empíricamente con el Módulo Resiliente y una variedad de otras propiedades del suelo. El Módulo Resiliente relaciona los esfuerzos aplicados y las deformaciones recuperables en un material, es decir, representa la relación que existe entre la magnitud del esfuerzo desviador cíclico en compresión triaxial y la deformación axial recuperable (AASHTO, 1993). Experimentalmente se ha demostrado que cuando un pavimento se somete a la acción de las cargas transmitidas por los vehículos (de naturaleza cíclica), se producen deformaciones permanentes y recuperables o resilientes; y después de un cierto número de ciclos de carga, el material tiende a poseer casi en su totalidad deformaciones resilientes (U.S.D.O.T, 2006). El Módulo Resiliente está representado por la siguiente ecuación:

$$MR = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\varepsilon_{axial}} = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_{axial}} \quad (1)$$

Donde σ_1 representa el esfuerzo principal mayor, σ_3 el esfuerzo principal menor, σ_d el esfuerzo desviador y ε_{axial} la deformación recuperable.

Además, cabe mencionar que el CBR no es una propiedad fundamental del material y por lo tanto no es adecuado para uso directo en procedimientos de diseño mecanicista y empírico - mecanicista. Sin embargo, es una prueba relativamente fácil de realizar y de bajo costo. La mayoría de las pruebas de CBR son realizadas en el laboratorio, por lo que los resultados serán altamente dependientes de la representatividad de las muestras analizadas. En el caso de mediciones en campo, se realiza con el contenido de humedad del campo, mientras que las pruebas de laboratorio se realizan típicamente para las condiciones de humedad especificadas en cada ensayo.

El LanammeUCR posee acreditado el ensayo para medir el CBR del laboratorio, basado en la norma AASHTO T 193; este es aplicable en subrasante, subbase y base, y se utiliza para evaluar el potencial de resistencia de dichas capas.

El CBR de subrasante corresponde a un parámetro de resistencia para diseño de pavimentos, el cual posee relación directa inversa con el grosor de las capas superiores (base, subbase, superficie de rodadura), debido a que para valores más elevados de CBR, se tiene una capacidad de soporte mayor y esto conlleva a reducir espesores.

7.2. CBR “in situ” (anillo de carga manual)

Para la determinación del CBR “in situ”, se utiliza la metodología de sondeos tipo “cielos abiertos” los cuales son excavaciones puntuales que se hacen en las vías para conocer las capas que componen el pavimento y los espesores de las mismas. Parte importante de las pruebas que se realizan cuando se elabora el sondeo a cielo abierto, son orientadas a la subrasante, esto para evidenciar el tipo y resistencia del suelo sobre el que se encuentra la estructura del pavimento.

Para la evaluación de redes viales cantonales: los sitios de sondeo son definidos una vez que se determinan los tramos con características homogéneas de las rutas evaluadas, utilizando los valores del deflectómetro de impacto procurando tener al menos un sondeo por cada ruta analizada o por cada tramo si los valores de deflectometría entre cada tramo homogéneo para una misma ruta son muy diferentes (López, 2010).

El CBR “in situ” es determinado con el equipo Anillo de Carga Manual (*Proving Ring Penetrometer*), el cual se utiliza para medir la compactación de la subrasante. En el

LanammeUCR cada anillo de carga esta calibrado de forma tal que el valor de la lectura en el equipo se puede transformar a kiloNewtons (kN).

La prueba de CBR se realiza para complementar otras pruebas realizadas al pavimento (deflectometría, IRI) con el fin de realizar una evaluación más completa sobre el estado del pavimento y el suelo donde se encuentra. En la figura 2, se muestra una imagen del anillo de carga manual utilizado en el LanammeUCR para evaluar las capas del pavimento.



Figura 2. Anillo de carga manual en uso.

Fuente: LanammeUCR.

El procedimiento de muestreo inicia una vez que la subrasante queda expuesta por el método “cielo abierto”, luego en cada sondeo se toma un mínimo de 10 mediciones las cuales se promedian, para luego calcular el CBR “in situ”.

El valor promedio de las mediciones se transforma a una unidad de fuerza para luego dividirse entre el área basal del cono, con ello se obtiene un valor de presión. El valor de presión obtenido se ajusta mediante un valor de corrección que depende de la incertidumbre del equipo, para finalmente obtener el Índice del Cono (CI).

Para transformar el valor del índice del cono en un CBR “in situ”, se utiliza la fórmula propuesta por USACE (*US Army Corps of Engineers*, 2008) en la cual se relaciona el índice del cono, con el tipo de suelo en el cual fue tomada la muestra para obtener el CBR “in situ”.

$$CBR = aCI^b \quad (2)$$

Donde a y b son coeficientes definidos por la tabla 1.

Tabla 1. Coeficientes y exponentes de la predicción del CBR basados en los valores de CI.

Tipo de suelo	Clasificación SUCS	Coeficientes y exponentes		
		a	b	R ²
Todos los suelos		0,2985	0,5358	0,4715
Arcilla, alta plasticidad	CH	0,1264	0,6979	0,8516
Arcilla, baja plasticidad	CL	0,1266	0,6986	0,8701
Limo, alta plasticidad	MH	0,082	0,7174	0,7715
Limo, baja plasticidad	ML	0,1111	0,739	0,5193
Grano grueso	SM + GP	1,1392	0,4896	0,3495
Grano fino	CH, CL, MH, ML	0,1305	0,6776	0,7724
Alta plasticidad	CH + MH	0,146	0,6432	0,7741
Baja plasticidad	CL + ML	0,1281	0,6984	0,7962

Fuente: U.S Army Research and Engineering Laboratory, 2008.

Traducido por: Los autores.

Finalmente, se analiza el tipo de suelo en el cual se realizó la muestra mediante pruebas de laboratorio, para luego obtener las constantes a y b de la tabla anterior y calcular el valor del CBR “in situ”.

7.3. Sondeos a cielo abierto en la RVC realizados por el LanammeUCR

La base de datos utilizada para el presente informe proviene de muestras tomadas en sondeos a cielo abierto realizados por el LanammeUCR.

Los sondeos a cielos abiertos se realizan con la ayuda del gobierno local solicitante, inicialmente se realiza la escogencia de los puntos que serán sondeados mediante la

selección de los tramos homogéneos de interés para la municipalidad, se realiza al menos un sondeo por tramo homogéneo.

Una vez referenciados geográficamente los puntos a ser analizados, se procede con el cierre parcial de la vía que será analizada. Se debe realizar un corte cuidadoso a las diversas capas del pavimentos hasta llegar a la capa subrasante en la cual se realiza la medición con el anillo de carga para la posterior lectura del CBR “in situ”. En cada sondeo se miden además los espesores de las capas que componen el pavimento.

El corte realizado al pavimento por lo general corresponde a 1,0m x 1,0m o de 0,6m x 0,6m con el fin de obtener espacio suficiente para realizar las pruebas y mediciones necesarias (Ulate, 2013).

Como se ha mencionado a lo largo de informe, la UGM del LanammeUCR ha recopilado la información sobre los valores de CBR obtenidos en diversas municipalidades del país. En la siguiente sección se describe la base de datos utilizada.

7.4. Caracterización de la base de datos utilizada

En la tabla 2 se muestra la cantidad de sondeos utilizados para la investigación de CBR y la provincia en la cual se hizo la medición.

Tabla 2. Sondeos de CBR por provincia de origen.

Provincia	Sondeos
Alajuela	79
Cartago	33
Guanacaste	43
Heredia	23
Puntarenas	9
San José	63
Total	250

Se evidencia que se utilizan datos de todas las provincias a excepción de la provincia de Limón. En el caso de la provincia de Puntarenas, únicamente se cuenta con 9 valores de CBR en sitio. En el caso de las demás provincia se tiene una cantidad considerable me sondeos, siendo las provincias de Alajuela y San José las que aportan mayor cantidad de

sondeos para realizar el análisis, la ubicación de los sondeos se puede observar en la figura 3.

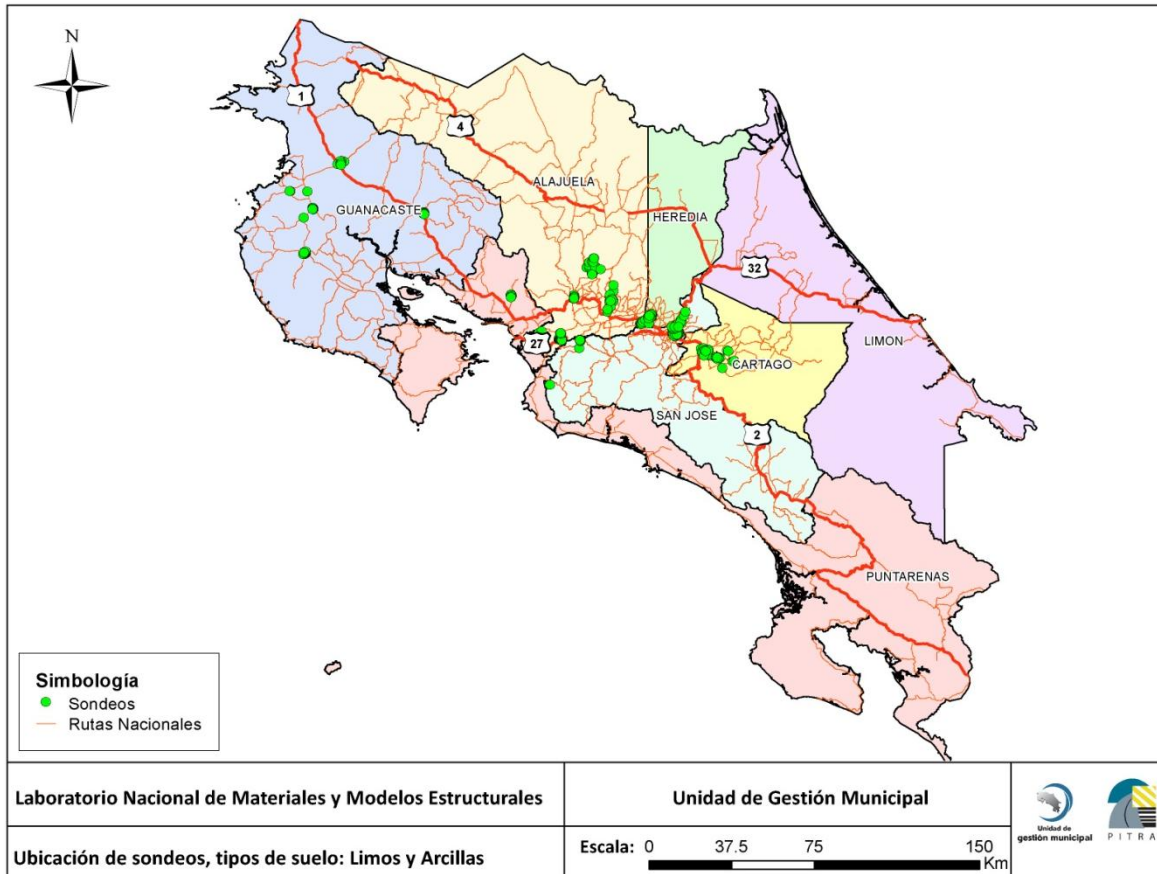


Figura 3. Ubicación de los sondeos utilizados para el análisis.

En los siguientes apartados, se realiza una descripción teórica sobre las distribuciones de probabilidad y la forma para determinar el tipo de distribución que sigue un determinado conjunto de datos, esto para poder aplicar las técnicas de identificación de distribución de probabilidad a los datos de CBR en sitio.

7.5. Distribuciones de probabilidad

La inferencia estadística está relacionada con métodos y técnicas para obtener, analizar e interpretar datos cuantitativos, de manera tal que la confiabilidad de las conclusiones

basadas en los datos pueda ser evaluada objetivamente por medio del uso de la probabilidad.

Por otra parte, la probabilidad permite pasar de datos específicos a conclusiones generales, lo cual repercute de forma positiva en las investigaciones realizadas en ingeniería, al poder inferir fórmulas y ecuaciones generales (Quevedo, 2006).

Existen diversas distribuciones de probabilidad tales como: Normal, Weibull, Exponencial, Gamma, Uniforme, entre otras. En la figura 4, se muestra un ejemplo de curva de distribución de probabilidad normal con media 0 y desviación estándar 1 (distribución normal estándar).

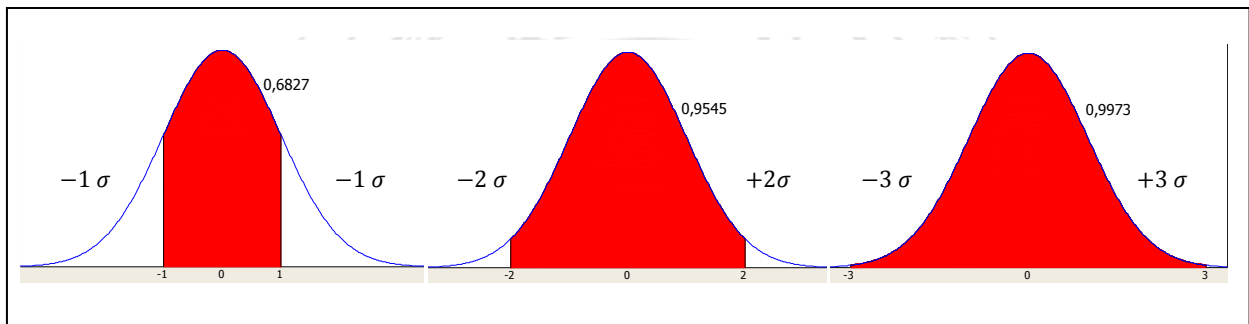


Figura 4. Curvas de probabilidad normal estándar.

En la figura 4 se representa la curva normal de probabilidad, en la cual cada valor de eje x, posee un respectivo valor en la curva de probabilidad, y viceversa. La media μ y la desviación estándar σ , son parámetros que definen la distribución normal. La media representa aproximadamente el pico o centro de la curva en forma de campana (medida de ubicación) y la desviación estándar determina la dispersión en los datos. De forma aproximada, el 68% de las observaciones está dentro de $\pm 1 \sigma$, el 95% está dentro de $\pm 2 \sigma$, y el 99% está dentro de $\pm 3 \sigma$ (desviaciones estándar de la media).

Para que sea válida la inferencia de una curva de probabilidad estadística a una población con un nivel de confianza seleccionado, es necesario verificar las estadísticas descriptivas de los datos de la muestra, y luego en conjunto con las pruebas de bondad de ajuste; se debe verificar que los datos se ajusten adecuadamente a la distribución propuesta (Devore, 2008).

7.6. Metodología para determinar la distribución de probabilidad asociada a una muestra

Devore (2008) expone que un investigador debe conocer, de forma inicial, la muestra que se encuentra analizando mediante las estadísticas descriptivas, elaboración de histogramas (gráficas de frecuencia) y diagramas de cajas, por mencionar algunas herramientas. Entre las principales estadísticas descriptivas se destacan: kurtosis, asimetría, media, mediana y desviación estándar (momentos y momentos centrales principales de la distribución).

Un histograma se utiliza para evaluar la forma y la tendencia central de los datos y para evaluar si los datos siguen o no una distribución específica. Las barras representan el número de observaciones que se ubican dentro de intervalos consecutivos o secciones, es decir, la frecuencia.

Además, las gráficas de caja son utilizadas para evaluar y comparar las características de distribución, tales como mediana, rango y simetría, así como para identificar valores atípicos.

La grafica de cajas por lo general muestra los siguientes componentes:

- Valor atípico: observación inusualmente grande o pequeña.
- Borde superior de la caja: tercer cuartil (Q3) (el 75% de los valores de datos son menores que o iguales a este valor)
- Borde inferior de la caja: primer cuartil (Q1) (25% de los valores de datos son menores que o iguales a este valor)
- Extremo superior: determinado por la formula $Q_3 + 1,5 * (Q_3 - Q_1)$.
- Extremo inferior: determinado por la formula $Q_3 - 1,5 * (Q_3 - Q_1)$.

En la figura 1 se muestran los componentes mencionado del gráfico de caja.

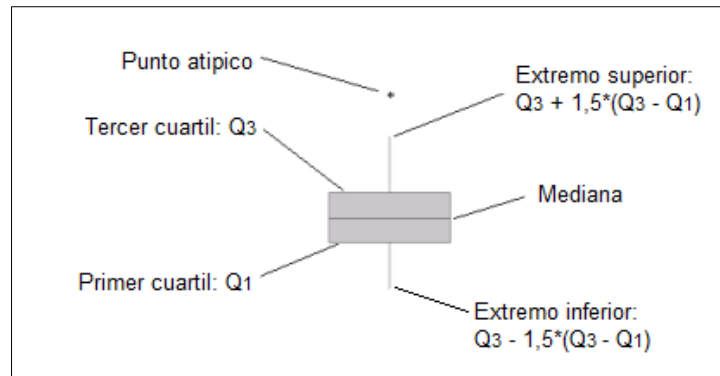


Figura 5. Componentes de la gráfica de caja.

Una vez conocidas las principales características de la población se procede a verificar la forma de los histogramas, para luego según su forma, aplicar pruebas de bondad de ajuste a los datos. Estas últimas corresponden a una parte de la estadística llamada estadística inferencial (Cosíalls, 2005).

Existen casos en los cuales no se puede verificar la coincidencia entre una distribución de probabilidad usual y los datos analizados; en estos casos por lo general es conveniente realizar una transformación de los datos a una población normal mediante alguna metodología de transformación. En el caso de la presente investigación, se empleará una transformación de Johnson. Previo a realizar la transformación de los datos, es trascendental verificar los supuestos básicos para la transformación.

7.6.1. Pruebas de bondad de ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste o pruebas de conformidad de distribución, tienen el objetivo de verificar si una colección de datos procede de una población donde la variable aleatoria sigue una determinada distribución de probabilidad (Cosíalls, 2005). Existen diversas pruebas de bondad de ajuste tales como: Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov, Chi-cuadrado, entre otras.

En el caso particular de esta investigación se utiliza el estadístico de bondad de ajuste Anderson-Darling, el cual está dado por la siguiente expresión (Dos Santos, 2001).

$$A^2 = -n - \left(\frac{1}{n}\right) \sum_i [(2i - 1) \text{Ln}(p_{(i)}) + (2n + 1 - 2i) \text{Ln}\{1 - p_{(i)}\}] \quad (3)$$

Donde $p_{(i)}$ es el área bajo la curva normal para el intervalo $(-\infty, z_{(i)})$, es decir, la función normal estándar evaluada en el i -ésimo elemento (en orden ascendente) de la muestra.

Dos Santos expone que en la distribución normal (aplicable de forma similar a otro tipo de distribución) existen 4 casos a analizar:

Caso 1: μ y s^2 conocidos.

Caso 2: s^2 conocida y μ desconocida estimada por x_{prm} .

Caso 3: μ conocida y s^2 desconocida y estimada por $s_n = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}$.

Caso 4: ambos desconocidos, estimados por x_{prm} y $s_{n-1} = \frac{\sum(x_i - x_{prm})^2}{n-1}$.

Para cada uno de los casos anteriores existe una tabla estadística para realizar la prueba de hipótesis, H_0 : "La muestra aleatoria proviene de una distribución normal". En los casos 2, 3 y 4 el cálculo del AD (Anderson-Darling) se calcula de forma similar, y en el caso del caso 1 se multiplica por un factor de corrección para mejorar la aproximación.

7.7. Transformaciones de datos para lograr un comportamiento normal

La distribución normal aparece de forma usual en fenómenos de la vida cotidiana, y además en la mayoría de las pruebas estadísticas paramétricas es necesario el cumplimiento del supuesto de normalidad de los datos.

Es posible que, luego del análisis de los datos, se determine que los datos no siguen una distribución normal. En este caso existen varias soluciones alternativas posibles, entre ellas, la transformación de los datos a una distribución normal. Cosialls (2005) expone 3 alternativas cuando los datos no siguen una distribución normal:

- Si la distribución de los datos empíricos está muy concentrada en torno a la media, con colas más alargadas de lo establecido teóricamente, se debe investigar la posible existencia de valores atípicos o errores en los datos. La solución para llevar a cabo pruebas de hipótesis puede ser utilizar contrastes no paramétricos (menos potentes para detectar diferencias significativas que los contrastes paramétricos, pero con la ventaja de

que no dependen de supuestos referentes a la distribución de la variable aleatoria de la población).

- Si la distribución de los datos es unimodal y asimétrica, la solución más simple y electiva suele ser aplicar transformaciones a los datos para alcanzar la normalidad de la distribución.
- Cuando la distribución no es unimodal hay que estudiar la posible heterogeneidad de los datos, en el sentido que se pueden estar mezclando datos procedentes de dos o más poblaciones diferentes. En este caso, la utilización de transformaciones no es adecuada y las técnicas no paramétricas pueden tampoco serlo.

Por lo tanto, la aplicación de las transformaciones está restringida a que los datos poseen una distribución unimodal y asimétrica, es decir, que posea solo una moda (generalmente evidenciada como un solo punto máximo), y la asimetría se evidencia cuando los datos están sesgados hacia la derecha o hacia la izquierda. En el Anexo B, se evidencia diferentes tipos de distribuciones y sus características de moda y simetría.

Las transformaciones son utilizadas en diversos campos, entre los cuales se destacan en el área de la salud y estudios de fenómenos físicos y naturales. La importancia de las transformaciones reside en que permite llevar los datos a una distribución normal, dado que asumir la normalidad cuando no se está seguro de ella puede llevar a tomar decisiones erróneas. Por ejemplo en el caso de control estadístico de procesos se puede declarar un proceso fuera de control cuando en realidad está bajo control, incrementando el riesgo tipo I o por el contrario incrementando el riesgo tipo II cuando se declara un proceso bajo control estadístico y no lo está (Lagos & Vargas, 2003).

Cosials (2005) describe algunas recomendaciones para seleccionar la transformación más apropiada para distribuciones unimodales y asimétricas: para las distribuciones sesgadas se utilizan de forma habitual las transformaciones Chi-Cuadrado (χ^2), transformaciones con logaritmo neperiano ($\ln x$) y transformación con raíz cuadrada (\sqrt{x}). En todos los casos estas transformaciones comprimen la escala de la distribución.

La transformación Chi-Cuadrado (χ^2), puede ser aplicada de forma independiente de los valores de la variable, es decir no importa que la variable dependiente sea positiva, negativa,

discreta o continua; por otro lado la transformación con logaritmo neperiano ($\ln x$) y transformación con raíz cuadrada (\sqrt{x}) deben realizarse en valores estrictamente positivos.

En caso que se desee transformar datos negativos con el logaritmo neperiano, se deben emplear transformaciones del tipo $\ln(x + a + c)$ o del tipo $\sqrt{x + a}$, donde a es el valor mínimo de la distribución de datos y c es un valor constante; lo anterior para evitar la indefinición de la función de transformación.

Las transformaciones más conocidas son la de Box- Cox (potencia α , es decir la transformación es de la forma $W = Y^\alpha$) y la de Johnson (logarítmica). En este informe se hará énfasis en la segunda, dado que es la que realiza un mejor ajuste de los datos a una distribución normal. Existen software estadísticos capaces de realizar estas transformaciones de forma automática, logrando determinar los parámetros de mejor ajuste (Cosialls, 2005).

De forma general, la transformación de Johnson es aplicable en distribuciones asimétricas, esta sigue un proceso para seleccionar la transformación de forma óptima de entre tres posibles familias de funciones SB, SL y SU (acotadas, lognormales o no acotadas respectivamente) (Simonato, 2011). Posteriormente se explicará con detalle cada una de las familias de Johnson, sus fórmulas asociadas y la forma en estimar sus parámetros.

Para la transformación de Box-Cox es necesario que todos los datos sean mayores que 0. Esta transformación corrige la no normalidad en los datos y la variación de los mismos a nivel de subgrupo, que está relacionada con la media de subgrupo (Olivier & Norberg, 2010).

Una vez realizada la transformación, el proceso general para la inferencia es, inicialmente, calcular los datos transformados, luego se calculan los estadísticos de la distribución normal basados en los valores transformados, y finalmente, para la presentación de los resultados, se efectúa la transformación inversa para presentarlos en su escala de medida original (Johnson N. L., 1949).

7.8. Transformación de Johnson

Las distribuciones por lo general son utilizadas para describir el comportamiento de los datos basados en distribuciones paramétricas. En algunos casos la estadística paramétrica no aplica para los datos que se estén analizando, ya que mediante la aplicaciones de pruebas

de bondad de ajuste no se logra encontrar una distribución de probabilidad asociada a los datos, en otros casos, el no cumplimiento de la normalidad de los datos puede frenar el análisis. Por lo tanto, surge la necesidad de utilizar métodos de inferencia basados en estadísticos no paramétricos o transformaciones de los datos originales.

En esta sección se detalla las generalidades sobre el uso de la Transformación de Johnson, como un método enfocado en la realización de inferencias sobre una población

7.8.1. Generalidades de la Transformación de Johnson

En 1949, Johnson publica en la revista *Biometrika Trust* el artículo *Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation*. El artículo posee el respaldo matemático y estadístico para la transformación de variables, de forma tal que las variables transformadas se puedan considerar como una distribución normal. Las familias de distribuciones de Johnson están basadas en la transformación logarítmica, cada uno con diferentes adaptaciones (Johnson N. L., 1949).

Por lo tanto, cuando los supuestos de normalidad no pueden ser aplicados a una población, o conjunto de datos, es posible transformar los datos no-normales a datos normales, a través de técnicas como el Sistema de Familias de Distribuciones de Johnson (Lagos & Vargas, 2003), con el fin de realizar inferencias sobre la población original.

Johnson (1949) expone 3 familias de distribuciones, a saber:

- SB: X acotada (variable aleatoria acotada).
- SL: X acotada por debajo o Lognormal.
- SU: X no-acotada.

Existe una adaptación a la familia acotada, la cual se denomina forma normal. Es importante destacar que para realizar el ajuste a un conjunto de datos no-normales, es necesario establecer criterios para ubicar este conjunto dentro de alguna de las familias, y con esto realizar la transformación correspondiente (Lagos & Vargas, 2003).

Cada una de las familias de Johnson tiene asociada una función de transformación de la variable X (variable independiente) a una variable normal estándar Z . Cada familia posee

condiciones especiales para los parámetros estimados y el rango de la variable X ; los cuales se deben tener en cuenta cuando se elige familia a la cual pertenecen los datos.

7.8.2. Conjunto de familias de Johnson

La función de distribución acumulada de las variables transformadas a la distribución normal estandarizada es (Slifker & Shapiro, 1980).

$$CDF(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{\left(\frac{-t^2}{2}\right)} dt \quad (4)$$

Seguidamente se describen las tres familias de distribuciones de Johnson, además, se muestra la estimación de los parámetros, los cuales, se basan en las razones de los cuartiles en datos a transformar.

7.8.2.1. Familia SB de Johnson

Cuando los datos pertenecen a la familia SB la transformación aplicada es:

$$Z = \gamma + \eta \ln \left(\frac{X - \epsilon}{\lambda + \epsilon - X} \right) \quad (5)$$

Con las siguientes condiciones de parámetros:

$$\eta > 0, \lambda > 0, -\infty < \gamma < +\infty, -\infty < \epsilon < +\infty$$

Se deben cumplir las siguientes condiciones de variable:

$$X: \epsilon < X < \epsilon + \lambda$$

7.8.2.2. Estimación de los parámetros ($\gamma, \eta, \epsilon, \lambda$) familia SB

La estimación de los parámetros se hace basada en la razón de cuartiles en los términos de p/m y p/n .

$$QR = \frac{mn}{p^2} \quad (6)$$

Donde:

$$m = (Q_4 - Q_3), \quad n = (Q_2 - Q_1), \quad y \quad P = (Q_3 - Q_2), \quad (7)$$

En cada caso se presenta una diferencia de cuartiles de los datos a ser transformados, por ejemplo, $n = (Q_2 - Q_1)$, representa la diferencia entre el segundo y el primer cuartil.

Según Slifker & Shapiro (1980) los parámetros están dados por:

$$\eta = \frac{z}{\cosh^{-1}\left(\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{p}{m}\right)\left(1+\frac{p}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}}\right)} \quad \eta > 0, \quad (8)$$

$$\gamma = \eta \sinh^{-1}\left(\frac{\left(\frac{p-p}{n-m}\right)\left(\left(1+\frac{p}{m}\right)\left(1+\frac{p}{n}\right)-4\right)^{\frac{1}{2}}}{2\left(\frac{p^2}{mn}-1\right)}\right) \quad (9)$$

$$\lambda = \frac{p\left(\left(\left(1+\frac{p}{m}\right)\left(1+\frac{p}{n}\right)-2\right)-4\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{p^2}{mn}-1\right)} \quad \lambda > 0, \quad (10)$$

$$\epsilon = \frac{(x_z+x_{-z})}{2} - \frac{\lambda}{2} + \frac{p\left(\frac{p-p}{n-m}\right)}{2\left(\frac{p^2}{mn}-1\right)} \quad (11)$$

Cada uno de los parámetros utiliza la diferencia de cuartiles descrita para m , n y P .

7.8.2.3. Familia SL de Johnson

Cuando los datos pertenecen a la familia SL la transformación aplicada es:

$$Z = \gamma + \eta \ln(X - \epsilon) \quad (12)$$

Se considera las siguientes condiciones de parámetros:

$$\eta > 0, \quad -\infty < \gamma < +\infty, \quad -\infty < \epsilon < +\infty.$$

Con la siguiente condición de variable:

$$X: X > \epsilon$$

7.8.2.4. Estimación de los parámetros ($\gamma, \eta, \epsilon, \lambda$) familia SL

Los parámetros que se deben estimar para esta familia dependen del QR en términos de p , n y m .

Según Slifker & Shapiro (1980), los parámetros están dados por:

$$\eta = \frac{2z}{\ln\left(\frac{m}{p}\right)} \quad \eta > 0, \quad (13)$$

$$\gamma = \eta \ln \left[\frac{\frac{m-1}{p}}{p \left(\frac{m}{p}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (14)$$

$$\epsilon = \frac{(x_z + x_{-z})}{2} - \frac{p \left(\frac{m}{p} + 1\right)}{2 \left(\frac{m}{p} - 1\right)} \quad (15)$$

7.8.2.5. Familia SU de Johnson

Cuando los datos pertenecen a la familia SU la transformación aplicada es:

$$Z = \gamma + \eta \sinh^{-1} \left(\frac{X - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (16)$$

Limitada a las condiciones de parámetros:

$$\eta, \lambda > 0, \quad -\infty < \gamma < +\infty, \quad -\infty < \epsilon < +\infty.$$

Con condiciones de variable:

$$X: -\infty < X < +\infty$$

7.8.2.6. Estimación de los parámetros $(\gamma, \eta, \epsilon, \lambda)$ familia SU

Los parámetros que se deben estimar para esta familia dependen del QR en términos de p , n y m .

Según Slifker & Shapiro (1980), los parámetros están dados por:

$$\eta = \frac{2z}{\cosh^{-1} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} \right) \right)} \quad \eta > 0, \quad (17)$$

$$\gamma = \eta \sinh^{-1} \left(\frac{\left(\frac{n}{p} - \frac{m}{p} \right)}{2 \left(\frac{mn}{p^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (18)$$

$$\lambda = \frac{2p \left(\frac{mn}{p^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right) \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} + 2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad \lambda > 0, \quad (19)$$

$$\epsilon = \frac{(x_z + x_{-z})}{2} - \frac{p \left(\frac{n}{p} - \frac{m}{p} \right)}{2 \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)} \quad (20)$$

7.8.2.7. Selección de la familia de Johnson

La selección de la familia de Johnson que posee mayor ajuste con los datos, se realiza mediante la evaluación de las siguientes condiciones:

- 1) $\frac{mn}{p} > 1$; se elige la distribución SU.
- 2) $\frac{mn}{p} < 1$; se elige la distribución SB.
- 3) $\frac{mn}{p} = 1$; se elige la distribución SL.

8. ANÁLISIS DE DISTRIBUCIÓN DE LOS CBR “IN SITU”

8.1. Análisis descriptivo

La muestra analizada corresponde a 250 datos de CBR, estimados a partir de sondeos en la RVC; las fechas de recopilación de los datos van desde el 2009 hasta el 2013. En el apéndice 1, se muestra una tabla resumen de las muestras relacionadas con el cantón donde fue recolectada.

Inicialmente, se calcularon las estadísticas descriptivas de las 250 muestras de CBR “in situ” para los tipos de suelo tipo limos y arcillas; en la figura 6 se muestra el resultado obtenido.

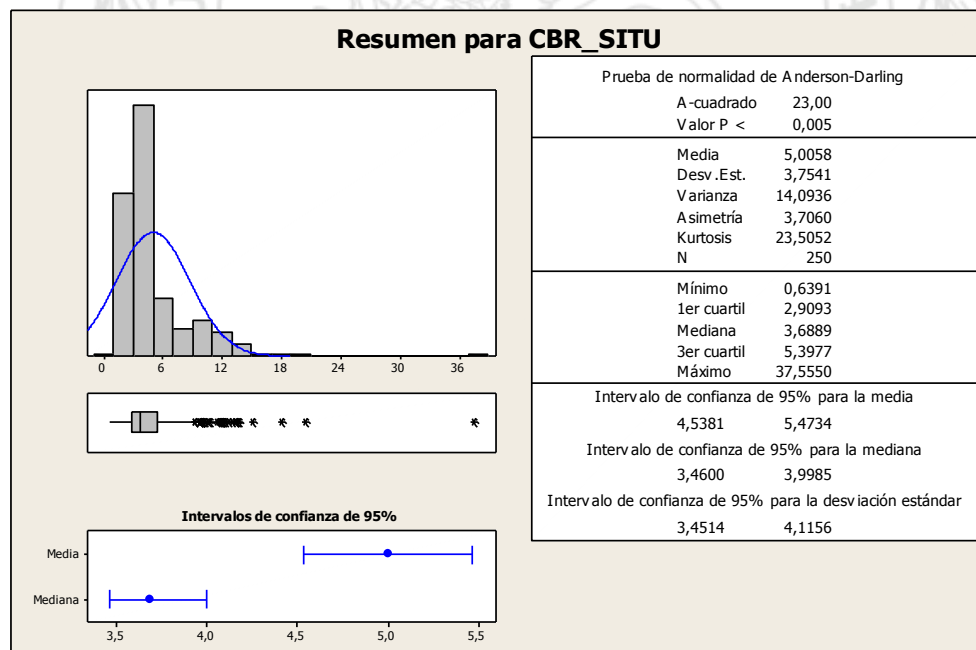


Figura 6. Estadísticas descriptivas datos iniciales.

En la figura anterior, se muestra un valor de Kurtosis de 23,5, lo cual indica que los datos se alejan considerablemente de un comportamiento normal (kurtosis de 3). Además se afirma que los datos no son normales, ya que la prueba de Anderson-Darling evidencia un valor-p menor al nivel de significancia 0,05, por lo tanto, no hay suficiente evidencia para aceptar la hipótesis que los datos sean normales.

Se evidencia un sesgo considerable hacia la izquierda, de manera tal, que se deben examinar otros tipos de distribución alternativos a la normal.

Se realiza la prueba Anderson-Darling a diversas distribuciones de probabilidad. En la Tabla 3 se muestra el resumen de los resultados obtenidos. En el apéndice 2, se puede consultar las gráficas de forma más detallada por tipo de distribución analizada.

Tabla 3. Resumen de las distribuciones analizadas – Valor P.

Distribución	Anderson-Darling (AD)	Valor-p	Aceptable
Normal	22,998	<0,005	No
Log-normal	7,154	<0,005	No
Exponencial	30,038	<0,003	No
Weibull	14,663	<0,010	No
Gamma	11,763	<0,005	No
Logística	16,233	<0,005	No
Log-logística	5,561	<0,005	No
Trasformación de Johnson (SU)	0,506	0,200	Si

En el apéndice 3 se muestran los parámetros de mejor ajuste para las distintas distribuciones analizadas. De las pruebas de bondad de ajuste aplicadas, se puede inferir que los datos no se ajustan a las distribuciones: Normal, Lognormal, Exponencial, Weibull, Gamma, Logística, Log-logística; en todos los casos debido a que el Valor-P es menor al nivel de significancia 0,05. También se analizaron las distribuciones de tres parámetros en las distribuciones que así lo permitían, obteniendo como resultado un deficiente ajuste a cada una de las distribuciones.

Se evidencia que ninguna distribución cumple con los parámetros de aceptación, por lo tanto, se procede a utilizar una transformación para analizar el comportamiento de los datos.

Con la transformación de Johnson se evidencia un valor p de 0,2 con esto se pudo determinar que es posible realizar la transformación de los datos utilizando alguna transformación de la familia Johnson.

La transformación de Johnson utiliza una ecuación de transformación para convertir los datos originales en datos normales y realizar inferencias sobre la población normal, y trasladar estas inferencias a la población original sin transformar.

Para el análisis de Johnson se eliminó un dato atípico de 37,56, pues se determinó que posee un comportamiento diferente al esperado; por lo tanto se elimina y se procede a elaborar nuevamente las estadísticas descriptivas para los datos originales

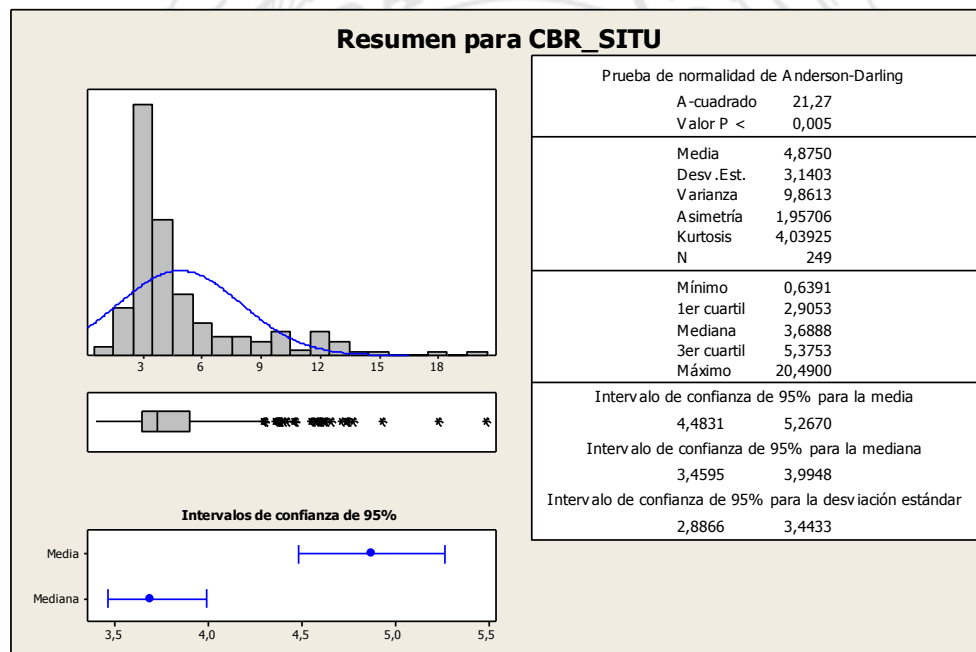


Figura 7. Estadísticas descriptivas de los datos iniciales con 1 muestra eliminada.

Elaborado mediante el uso de información del LanammeUCR.

De la gráfica anterior y posterior análisis, se evidencia que el comportamiento de los datos, ni las pruebas de bondad de ajuste, cambian significativamente al eliminar el punto atípico. En el próximo apartado se analiza el procedimiento de transformación sobre los CBR “in situ”.

8.2. Transformación de Johnson a los datos de CBR “in situ”

En la sección anterior se demostró que los datos se pueden transformar mediante la distribución de Johnson, debido a que el valor p es mayor que 0,05. Además mediante el análisis del histograma de los datos, se puede concluir que los datos están sesgados significativamente hacia la izquierda, así como su comportamiento unimodal y la inexistencia de datos erróneos o no esperados en la muestra; lo anterior es requisito fundamental para aplicar una transformación en los datos.

Se utilizó un software estadístico para estimar los valores de mejor ajuste y la familia de Johnson que posee mayor relación con los datos, en la Figura 8 se muestra la optimización de los parámetros de mejor ajuste.

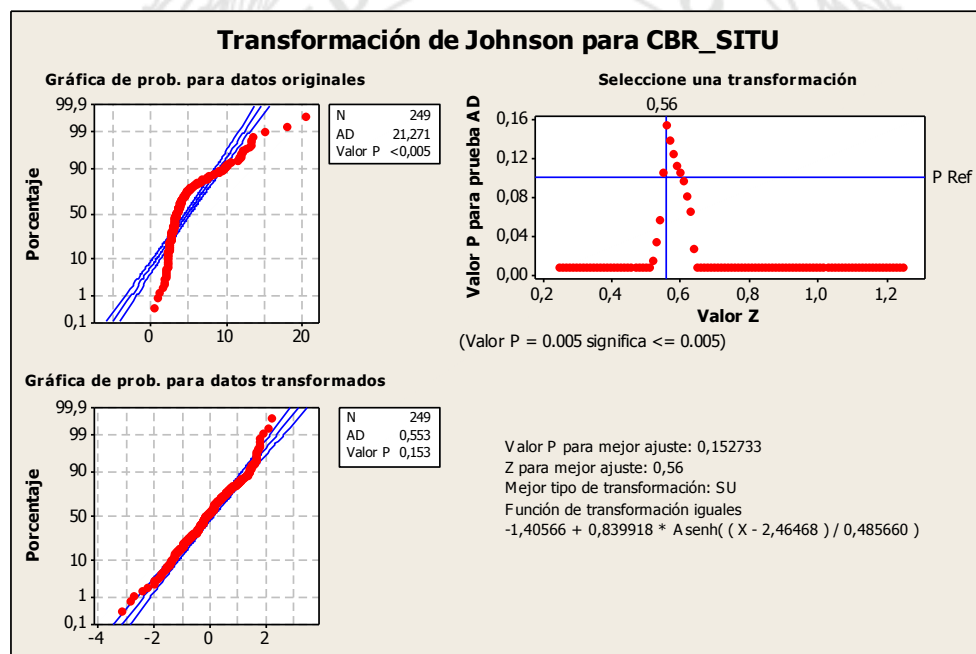


Figura 8. Transformación de Johnson para el CBR “in situ”.

La transformación de Johnson que se adapta a los datos es del tipo SU, tal como se muestra en el gráfico anterior. Este modelo matemático está caracterizado por incorporar un seno hiperbólico y tres factores.

La función de transformación es la siguiente:

$$Z_n = -1,40566 + 0,839918 * A \operatorname{senh} \left(\frac{X_n - 2,46468}{0,48566} \right) \quad (21)$$

De la ecuación (20) se realiza el despeje de X_n , y se obtiene la siguiente expresión.

$$X_n = \operatorname{senh} \left(\frac{Z_n + 1,40566}{0,839918} \right) * 0,48566 + 2,46468 \quad (22)$$

Posterior a la identificación de la familia de Johnson correspondiente, se transformaron los datos; en la Figura 9 se muestra una estadística descriptiva completa para los datos transformados. En el apéndice 4 se muestran los datos originales y transformados.

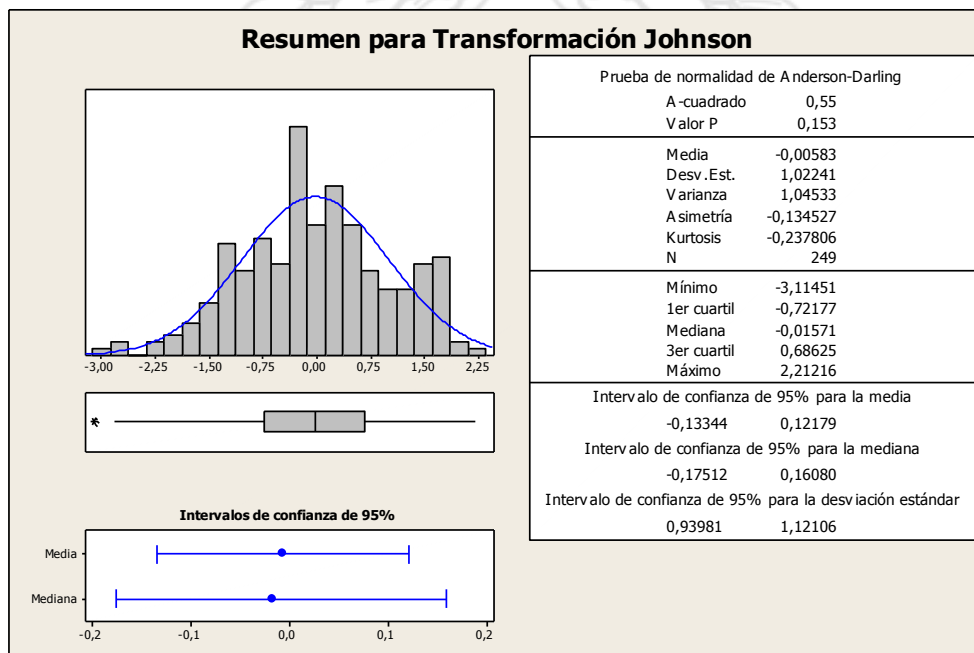


Figura 9. Estadísticas descriptivas para los datos transformados.

Con base en los gráficos anteriores se observa que la función transformada de Johnson se adapta adecuadamente a una distribución normal, dado que mediante la aplicación de la prueba de Anderson-Darling para determinar la normalidad, se evidenció que posee un valor-p mayor que 0,05 por lo cual, no se rechaza la hipótesis nula que los datos transformados posean un comportamiento normal.

Seguidamente, se muestra las estadística básicas calculadas a los datos transformados y relacionados con la población original.

Tabla 4. Estadística básicas sobre la población trasformada y referenciados a la población original.

Tipo	Datos Transformados	Datos Originales
Media	-0,00583	3,70442
Desviación estándar	1,02241	6,82419
Varianza	1,04533	6,94553
Mínimo	-3,11451	0,63908
1er Cuartil (Q1)	-0,72177	2,90529
Mediana	-0,01571	3,68885
3er Cuartil (Q2)	0,68625	5,37519
Máximo	2,21216	20,4899
Intervalo de Confianza () - Media Inf. (95 %)	-0,13344	3,51569
Intervalo de Confianza () - Media Sup. (95 %)	0,12179	3,92185
Intervalo de Confianza () - Mediana Inf. (95 %)	-0,17512	3,45950
Intervalo de Confianza () - Mediana Sup. (95 %)	0,16080	3,99479
Intervalo de Confianza () - Desv. Est Inf (95 %)	0,93981	6,41321
Intervalo de Confianza () - Desv. Est Sup (95 %)	1,12106	7,37068

En la tabla 5 se presentan los percentiles en la curva normal generada mediante la transformación, con los parámetros: media = -0,00583 y desviación estándar = 1,02241. Además en tabla 5 se correlacionan los valores obtenidos con la población original (usando la función despejada de transformación).

Tabla 5. Percentiles calculados mediante la curva de probabilidad normal y referenciada a los valores trasformados y valores originales.

Percentiles	Z transformado	X original
5,0%	-1,6875	2,29861
10,0%	-1,3161	2,51656
20,0%	-0,8663	2,79842
25,0%	-0,6954	2,92607
35,0%	-0,3998	3,19564
50,0%	-0,0058	3,70442
75,0%	0,6838	5,36651
80,0%	0,8547	6,02948
90,0%	1,3044	8,57302
95,0%	1,6759	11,97920

8.3. Análisis de resultados

A partir del análisis realizado se pueden determinar que la muestra analizada posee un media de 3,7% para el valor del CBR “in situ”, además se determinó con un 95% de confianza que la media de CBR “in situ” se encuentra entre los valores de 3,5% y 3,9%.

Considerando el los percentiles de curva de probabilidad normal transformada se tiene que 75% de los datos poseen una un CBR “in situ” de al menos 2,9%; sólo un 5% de los datos posee un CBR mayor a 11% y un 95% de los datos posee un CBR de al menos 2,3%.

Estos resultados evidencian que lo resultados recolectados del CBR “in situ” para suelos tipo limo y arcillas, presentan una distribución que se aleja de la normal, pero mediante esta transformación es posible analizar los datos como si estos fueran normales, y realizar inferencias estadísticas basadas en la transformación.

9. CONCLUSIONES

- El CBR es un parámetro ampliamente utilizado en el diseño y evaluación de pavimentos, dado que aporta información importante sobre la resistencia de la subrasante, lo cual es crítico para determinar el comportamiento de las capas superiores de pavimento.
- Los datos analizados sobre el CBR “in situ” para suelos tipo limo y arcillas poseen un comportamiento sesgado hacia la izquierda y unimodal, lo cual es parte de los aspectos que debe cumplir la muestra para ser trasformada.
- Se evidencia que las transformaciones de las Familias de Distribuciones de Johnson son una herramienta útil cuando se desea encontrar una transformación que logre normalizar un conjunto de datos, pues poseen adaptabilidad a gran variedad de formas de distribución.
- Se determinó que los datos del CBR “in situ” analizados no cumplieron estadísticamente con ninguna distribución de probabilidad conocida, por lo que se realizó la trasformación de los datos con el fin de realizar inferencias sobre la población. La función $Z_n = -1,40566 + 0,839918 * Aseinh\left(\frac{X_n - 2,46468}{0,048566}\right)$, transforma los datos de CBR “in situ” a una variable distribuida normal, sobre la cual se puede

realizar inferencias estadísticas. Dicha inferencia puede ser transformada inversamente a la distribución original de CBR.

- Se logró verificar que al menos un 25% de los datos poseen un valor de CBR in situ de la subrasante de están por debajo de 2,9% además el promedio se situó en 3,7%.
- Se logró determinar que para un intervalo de confianza del 95% la media de los valores de CBR “in situ” se ubica entre 3,5% y 3,9%.
- Los resultados presentes en este documento son una herramienta útil para seleccionar los puntos de análisis de una mejor forma, que permitan utilizar metodologías más precisas como el retrocálculo de módulos resilientes para estimar la resistencia de las diferentes capas que se han colocado en la red vial cantonal.
- Los resultados obtenidos permiten caracterizar estadísticamente mediante el CBR “in situ” la resistencia de la subrasante para redes viales cantonales en Costa Rica.

10. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Se sugiere comprobar los resultados obtenidos mediante sondeos aleatorios en diferentes provincias a lo largo de la red vial cantonal; ya que en la presente investigación se utilizó una base de datos con cantidades no uniformes de datos en las diversas provincias y cantones del país.

Las transformaciones de las Familias Johnson, se pueden aplicar en el caso de otros parámetros de auscultación de Redes Viales Cantonales, como deflectometría y rugosidad. Esto dará mayor información sobre rangos de evaluación y características descriptivas de los datos que permitan establecer métodos más exactos de escogencia de tipos de intervención.

Dado que el CBR es una propiedad mecánica del material y esta es susceptible a cambios de humedad es necesario estudiar en nuestro país la relación que existe entre las variaciones estacionales respecto al valor de CBR en las capas de subrasante, bases y subbases granulares.

La determinación de la distribución de probabilidad de los CBR en sitio de los suelos tipo limos y arcillas, hace posible el diseño de herramientas para la evaluación y gestión de pavimentos, al poder definir con un grado de confiabilidad estadística los intervalos de confianza en los cuales se encuentra el CBR.

Informe: LM-PI-GM-05-2014	Fecha de emisión: 03 de abril de 2014	Página 33 de 49
---------------------------	---------------------------------------	-----------------

11. REFERENCIAS

AASHTO. (1993). *Guide for Design of Pavement Structures* (4 ed.). American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO).

Allen, J., & Badilla, G. (2011). "Determinación de la carga de diseño para pavimentos flexibles en Costa Rica". Río de Janeiro, Brasil: XVI Congreso Ibero-Latinoamericano del Asfalto.

Buthmann, A. (26 de February de 2010). *Dealing with Non-normal Data: Strategies and Tools*. Obtenido de Six Sigma: www.isixsigma.com/tools-templates/normality/dealing-non-normal-data-strategies-and-tools/

Cosials, L. S. (2005). *Análisis estadístico mediante aplicaciones informáticas: SPSS, Stratgraphics, Minitab y Excel*. Barcelona: Edicions Universitat.

Devore, J. L. (2008). *Probabilidad Y Estadística para Ingenierías Y Ciencias*. Cengage Learning Editores.

Dos Santos, M. (2001). *Estadística Basica Un enfoque no parametrico*. México: UNAM.

Johnson, N. L. (1949). Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation. *Biometrika*, 36, 149-176.

Johnson, R. A. (1997). *Probabilidad y estadística para ingenieros de Miller y Freund* (5 ed.). Mexico: Prentice-Hall.

Lagos, I. J., & Vargas, J. A. (2003). Sistema de familias de distribuciones de Johnson, una alternativa para el manejo de datos no normales en cartas de control. *Revista Colombiana de Estadística*, 26, 25-40.

López, S. (2010). Diagnóstico técnico del estado de las redes viales cantonales pavimentadas. *Infraestructura Vial*, 12, 11-17.

Molina, J. G., & Rodrigo, M. F. (2009, Octubre). *Estadística descriptiva en Psicología*. Retrieved from Universitario Valencia - OpenCourse Ware: <http://ocw.uv.es/ciencias-de-la-salud/pruebas-1>

Murray, W. E. (1972). *Numerical Methods for Unconstrained Optimization*. Academic Press.

Olivier, J., & Norberg, M. M. (2010). Positively Skewed Data: Revisiting the Box-Cox Power Transformation. *International Journal of Psychological Research*, 3, 68-78.

Papagiannakis, A., & Masad, E. (2008). *Pavement Design and Materials*. John Wiley & Sons.

Quevedo, H. A. (2006). *Métodos Estadísticos para la Ingeniería Ambiental y la Ciencia*. Chihuahua, México: Biblioteca Virtual de la Universidad Autónoma de Cd. Juárez.

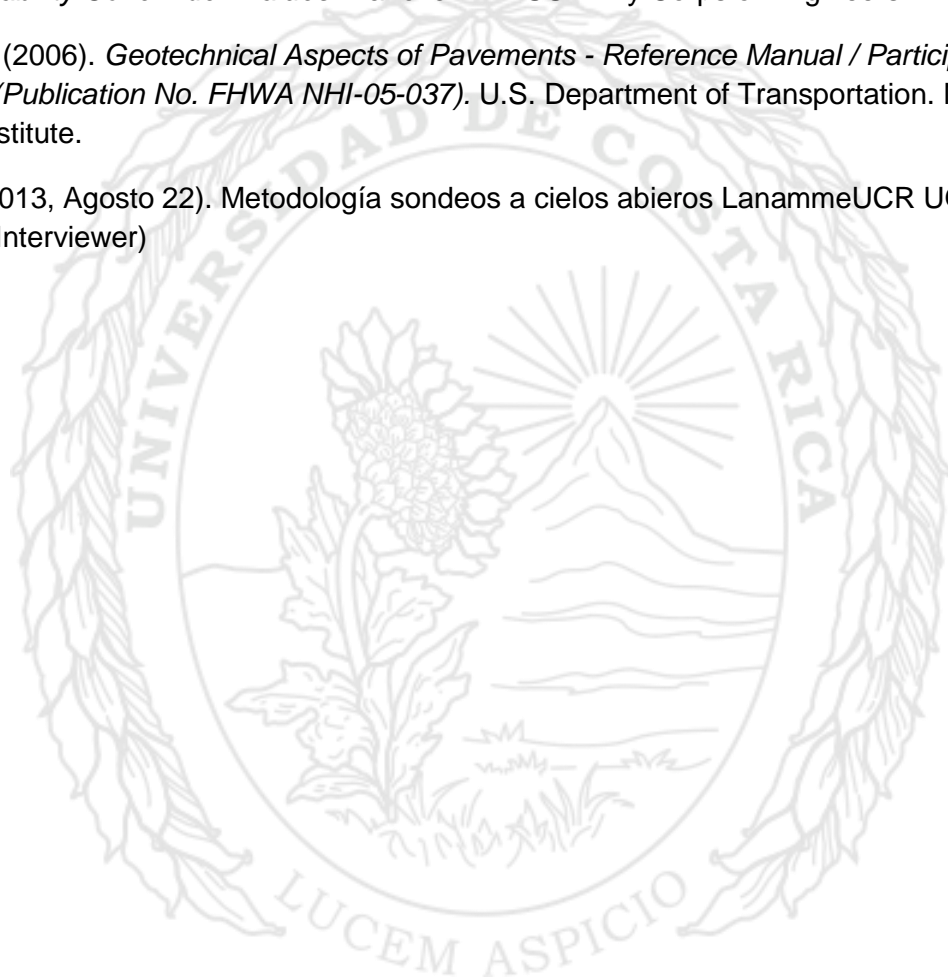
Simonato, J.-G. (2011, May 25). The Performance of Johnson Distributions for Computing Value at Risk and Expected Shortfall. *Social Science Electronic Publishing* , 38.

Slifker, J. F., & Shapiro, S. S. (1980). The Johnson System: Selection and Parameter Estimation. (A. S. Association, Ed.) *Technometrics* , 22, 239-246.

U.S Army Research and Engineering Laboratory. (2008). *Predicting California Bearing Ratio from Trafficability Cone Index Values*. Hanover NH: US Army Corps of Engineers.

U.S.D.O.T. (2006). *Geotechnical Aspects of Pavements - Reference Manual / Participant Workbook (Publication No. FHWA NHI-05-037)*. U.S. Department of Transportation. National Highway Institute.

Ulate, A. (2013, Agosto 22). Metodología sondeos a cielos abiertos LanammeUCR UGM. (E. S. Solano, Interviewer)



12. GLOSARIO

Tramo Homogéneo: Un tramo homogéneo corresponde a secciones de la vía que poseen características similares, y se definen con el fin de seccionar las vías para aplicar una solución única por tramo.

RCV: La Red Vial Cantonal de Costa Rica está compuesta por Redes Primarias (movilidad dentro de la ciudad), Secundarias (colectoras, conectan vías primarias y terciarias) y Terciarias (brindan acceso a propiedades y casas).

Auscultación de pavimentos: La auscultación de pavimentos corresponde a las actividades de relevamiento periódico de la condición del pavimento (inventario de daños de una vía), en forma ordenada y sistemática. Esta información se determina con el fin de definir el comportamiento de secciones de ruta, para luego predecir y priorizar las actividades de mantenimiento, diferenciadas en magnitud y oportunidad.

Deflectómetro: Equipo de medición para la auscultación y evaluación estructural del pavimentos en carreteras. El ensayo con el FWD (Deflectómetro de impacto) abarca la determinación de las deflexiones de la superficie del pavimento como resultado de la aplicación de un impulso de carga a la superficie del pavimento.

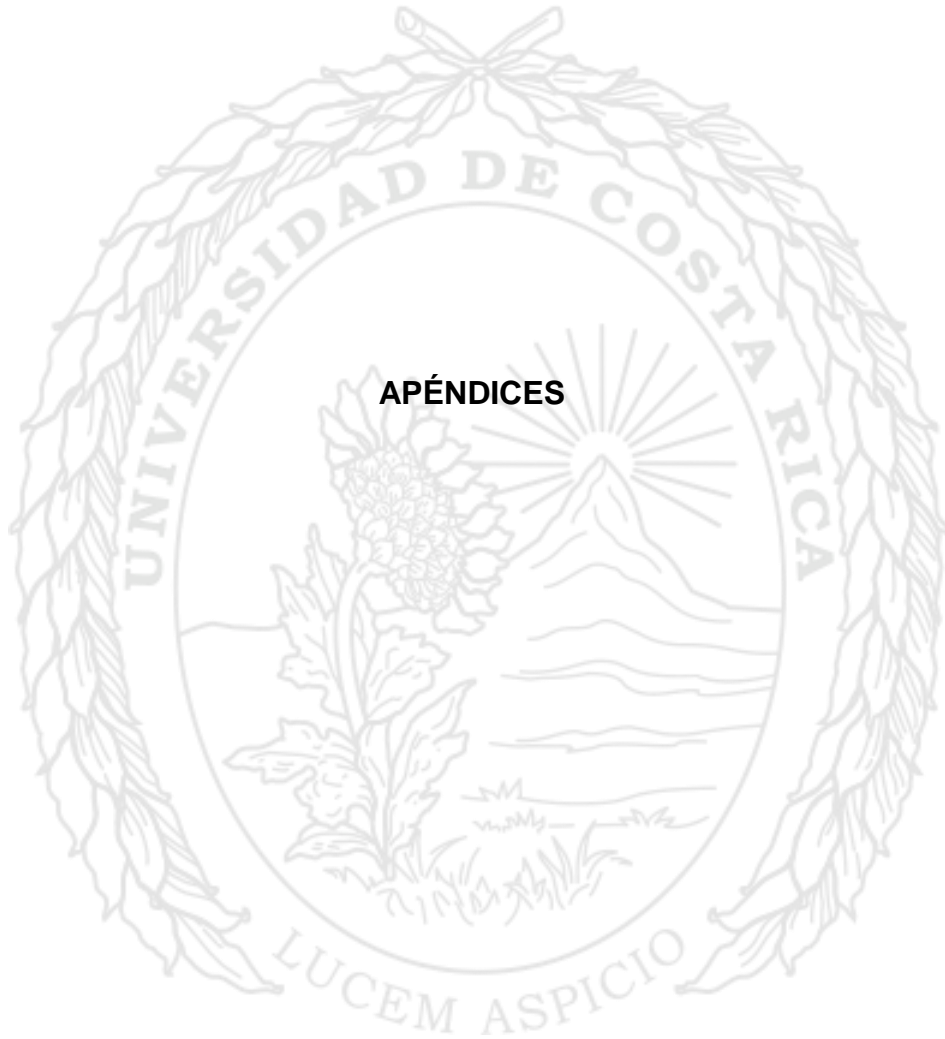
Kurtosis: representa una medida sobre el grado de concentración que poseen los valores alrededor de la zona central de la distribución.

Simetría: mide el grado en los lados a la derecha e izquierda de la línea de simetría (media) son iguales.

Media: suma de los totales del rango de datos dividido por la cantidad de datos.

Mediana: numero que se encuentra en el medio al ordenar los datos de mayor a menor.

Desviación estándar: medida que representa la dispersión de los datos.



Apéndice 1. Base de datos de CBR “in situ” utilizados

Tabla 1-1. Resumen de la base de datos de CBR “in situ” utilizada.

Cantón	Cantidad de Muestras
Belén	10
Cañas	7
Carrillo	10
Cartago	15
Flores	13
Grecia	28
Liberia	8
Miramar	5
Montes de Oca	24
Montes de Oro	4
Moravia	25
Orotina	13
Paraíso	18
San Mateo	12
San Ramón	6
Santa Cruz	18
Turrubares	14
Zarcero	20
Total general	250

Apéndice 2. Gráficas de mejor ajuste para diversas distribuciones analizadas

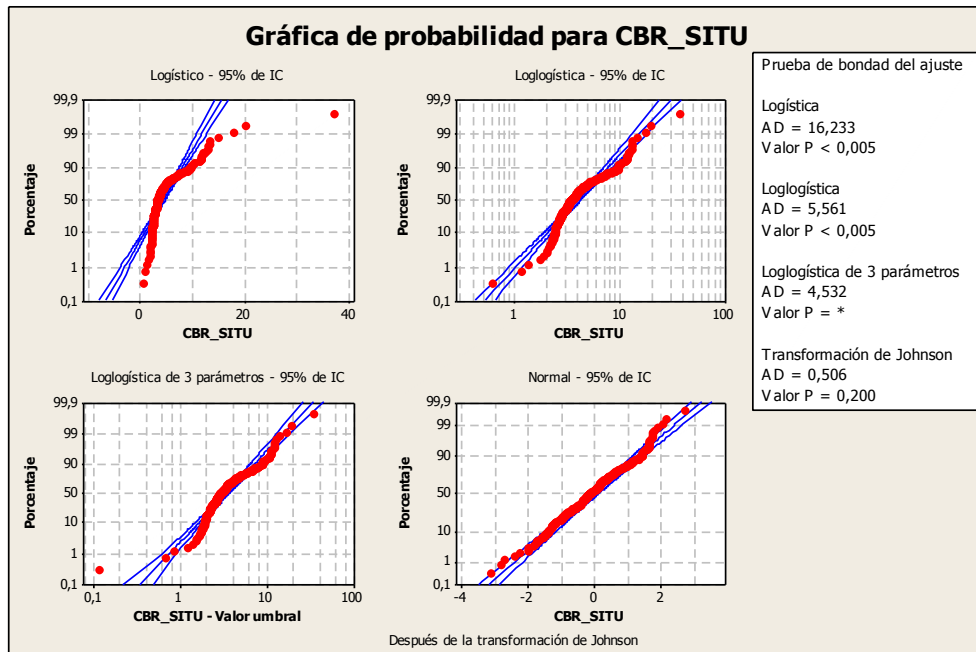


Figura 2-1. Gráficos de mejor ajustes para las distribuciones: Logística, Log logística, Log logística de 3 parámetros y transformación de Johnson.

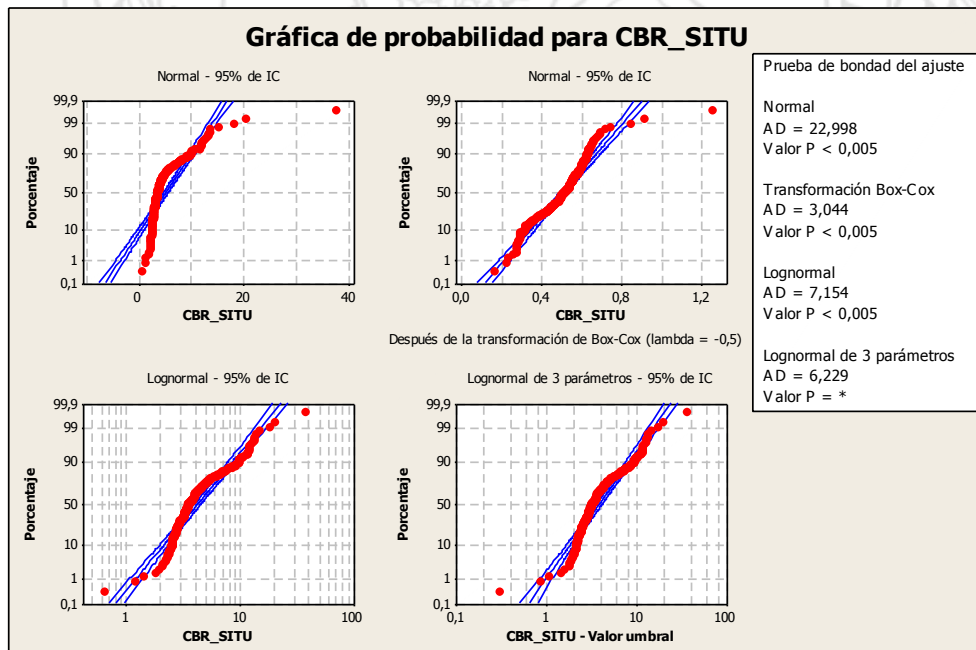


Figura 2-2. Gráficos de mejor ajustes para las distribuciones: Normal, Transformación de Cox-Box, Log normal, Log normal de 3 parámetros.

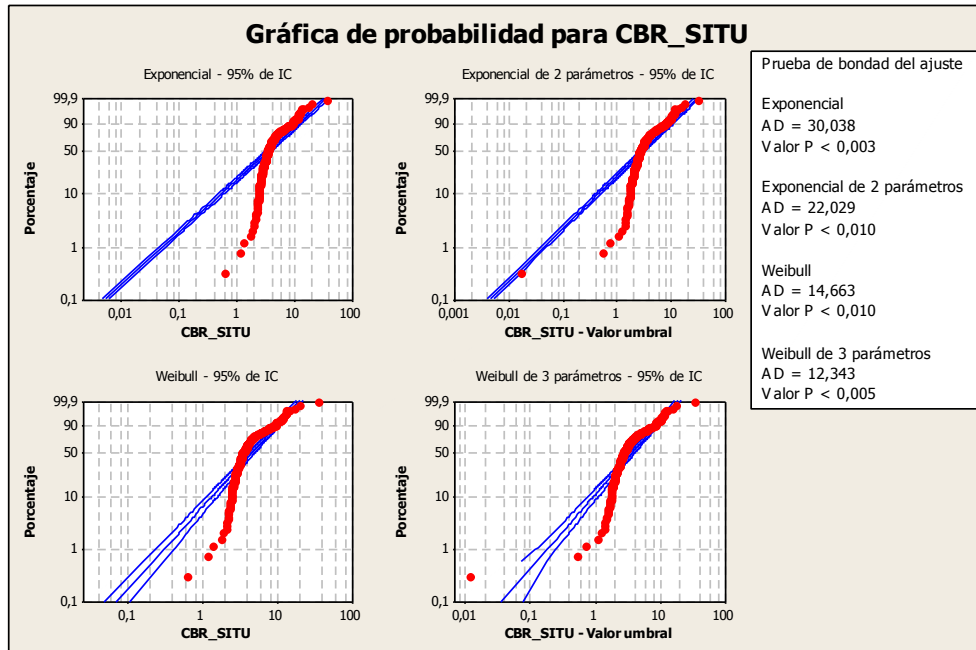


Figura 2-3. Gráficos de mejor ajustes para las distribuciones: Exponencial, Exponencial de 2 parámetros, Weibull, Weibull de 3 parámetros.

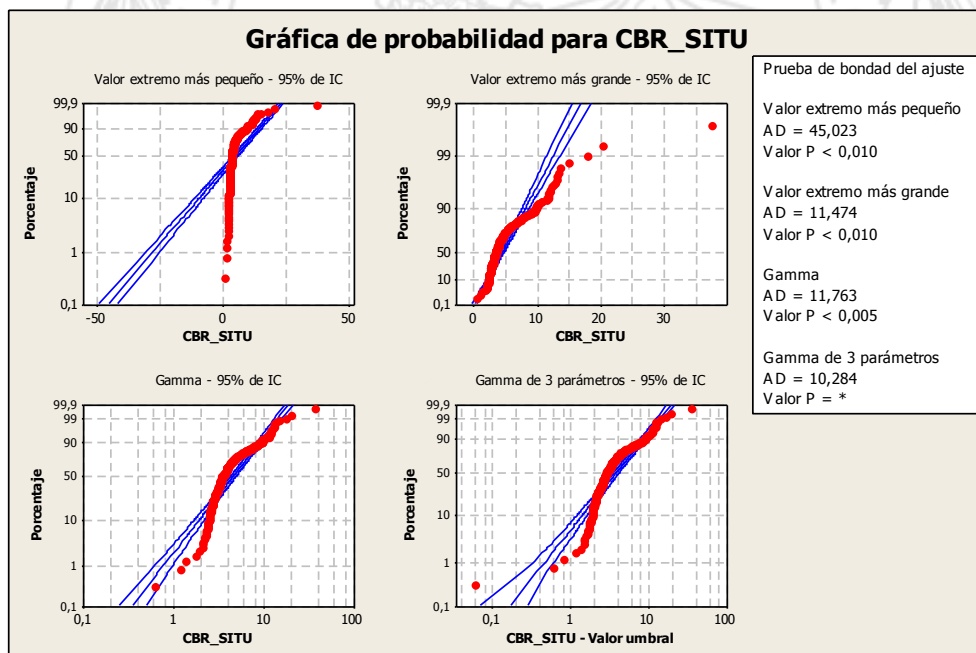


Figura 2-4. Gráficos de mejor ajustes para las distribuciones: Valor extremo más pequeño, Valor extremo más grande, Gamma, Gamma de 3 parámetros.

Apéndice 3. Datos transformados y originales

Tabla 3-1. Parámetros de mejor ajuste estimados para las distribuciones analizadas

Distribución	Ubicación	Forma	Escala
Normal	5,00575		3,75415
Log-normal	1,44086		0,54042
Exponencial			5,00575
Weibull		1,5601	5,63519
Gamma		3,10261	1,6134
Logística	4,31371		1,61032
Log-logística	1,38199		0,29243
Trasformación de Johnson	-0,00286		1,03084



Apéndice 4. Datos transformados y originales

Tabla 4-1. Datos transformados y originales del CBR “in situ”.

n	Datos Originales	Transformación Johnson (Calculado)	Función Transformación Inversa	n	Datos Originales	Transformación Johnson (Calculado)	Función Transformación Inversa
1	3,46	-0,175	3,46	51	4,28	0,299	4,281
2	2,51	-1,327	2,51	52	3,62	-0,058	3,624
3	2,51	-1,327	2,51	53	3,88	0,099	3,88
4	2,48	-1,379	2,48	54	3,23	-0,369	3,228
5	10,15	1,497	10,15	55	3,37	-0,242	3,374
6	2,54	-1,276	2,54	56	2,62	-1,146	2,617
7	7,81	1,193	7,81	57	3,99	0,159	3,992
8	3,8	0,053	3,8	58	5,3	0,665	5,302
9	11,8	1,66	11,8	59	2,63	-1,133	2,625
10	18,05	2,09	18,05	60	4,5	0,39	4,495
11	8,51	1,296	8,514	61	13,69	1,814	13,688
12	4,43	0,362	4,428	62	4,32	0,317	4,321
13	4,03	0,179	4,031	63	7,29	1,107	7,29
14	3,36	-0,257	3,356	64	4,66	0,454	4,66
15	12,6	1,729	12,601	65	2,88	-0,755	2,88
16	3,21	-0,385	3,211	66	7,49	1,141	7,49
17	4,76	0,492	4,765	67	6,84	1,025	6,84
18	3,86	0,085	3,856	68	5	0,572	5
19	6,69	0,997	6,694	69	4,61	0,435	4,61
20	3,46	-0,176	3,459	70	11,56	1,638	11,56
21	5,52	0,726	5,519	71	3,64	-0,047	3,64
22	4,14	0,233	4,139	72	3,18	-0,415	3,18
23	4,72	0,476	4,721	73	9,9	1,469	9,9
24	6,91	1,039	6,913	74	3,74	0,016	3,74
25	13,07	1,767	13,074	75	6,02	0,852	6,02
26	13,47	1,798	13,47	76	10,66	1,551	10,66
27	9,18	1,384	9,18	77	3,24	-0,358	3,24
28	7,54	1,149	7,54	78	4,2	0,262	4,2
29	9,68	1,444	9,68	79	3,71	-0,002	3,71
30	11,88	1,667	11,88	80	9,84	1,462	9,84
31	10,74	1,559	10,74	81	2,75	-0,937	2,75
32	13,31	1,786	13,31	82	6,31	0,918	6,31
33	6,49	0,956	6,49	83	6,27	0,909	6,27
34	9,81	1,459	9,81	84	2,47	-1,396	2,47
35	10,34	1,517	10,34	85	5,04	0,585	5,04
36	9,8	1,458	9,8	86	7,64	1,166	7,64
37	13,34	1,788	13,34	87	8,46	1,289	8,46
38	6,07	0,864	6,07	88	12,03	1,68	12,028
39	4,99	0,569	4,99	89	6,46	0,949	6,456
40	4	0,164	4,001	90	3,39	-0,229	3,39
41	3,48	-0,158	3,482	91	3,33	-0,278	3,331
42	4,5	0,39	4,495	92	9,11	1,375	9,111
43	4,81	0,508	4,809	93	10	1,48	9,999
44	2,81	-0,856	2,806	94	9,98	1,478	9,983
45	12,25	1,699	12,246	95	2,63	-1,128	2,628
46	12,32	1,706	12,324	96	9,16	1,381	9,155
47	4,85	0,521	4,848	97	3,24	-0,361	3,236
48	3,62	-0,061	3,62	98	3,22	-0,374	3,223
49	3,69	-0,016	3,689	99	3,17	-0,422	3,173
50	3,28	-0,324	3,278	100	5,4	0,692	5,396

Tabla 4-1. Datos transformados y originales del CBR “in situ” (cont.)

n	Datos Originales	Transformación Johnson (Calculado)	Función Transformación Inversa	n	Datos Originales	Transformación Johnson (Calculado)	Función Transformación Inversa
101	12	1,678	12	151	1,93	-2,204	1,93
102	4	0,164	4	152	2,55	-1,252	2,554
103	7	1,055	7	153	3,14	-0,457	3,138
104	12	1,678	12	154	2,93	-0,688	2,932
105	9	1,361	9	155	3,42	-0,206	3,42
106	7	1,055	7	156	2,43	-1,458	2,435
107	3,27	-0,331	3,27	157	2,76	-0,924	2,759
108	20,49	2,212	20,49	158	2,25	-1,77	2,248
109	4,02	0,174	4,02	159	2,7	-1,018	2,697
110	4,02	0,174	4,02	160	2,98	-0,627	2,982
111	3,47	-0,167	3,47	161	2,32	-1,646	2,324
112	5,72	0,779	5,72	162	2,91	-0,712	2,913
113	2,64	-1,109	2,64	163	0,64	-3,115	0,639
114	3,47	-0,167	3,47	164	3,88	0,101	3,884
115	5,72	0,78	5,722	165	2,69	-1,028	2,691
116	3,82	0,063	3,818	166	2,41	-1,508	2,405
117	4,02	0,172	4,016	167	2,11	-1,981	2,105
118	2,9	-0,732	2,897	168	1,2	-2,819	1,204
119	4,61	0,435	4,609	169	2,97	-0,639	2,972
120	5,35	0,68	5,354	170	2,74	-0,955	2,738
121	3,43	-0,202	3,425	171	2,79	-0,872	2,795
122	5,53	0,729	5,529	172	3,14	-0,455	3,14
123	5,84	0,809	5,838	173	1,79	-2,352	1,795
124	15,17	1,918	15,165	174	2,76	-0,915	2,765
125	4,56	0,414	4,557	175	7,62	1,163	7,622
126	3,78	0,039	3,777	176	2,85	-0,801	2,846
127	5,06	0,592	5,063	177	8,12	1,24	8,121
128	5,01	0,576	5,013	178	3,51	-0,136	3,512
129	5,35	0,679	5,35	179	2,96	-0,658	2,956
130	5,08	0,599	5,084	180	3,04	-0,564	3,037
131	3,43	-0,195	3,434	181	2,52	-1,303	2,524
132	4,56	0,416	4,562	182	3,46	-0,175	3,46
133	11,57	1,639	11,569	183	2,8	-0,86	2,803
134	3,56	-0,104	3,557	184	2,99	-0,613	2,994
135	3,27	-0,332	3,269	185	8,08	1,235	8,085
136	4,98	0,567	4,983	186	2,11	-1,978	2,108
137	3,34	-0,273	3,337	187	3,09	-0,504	3,092
138	3,53	-0,126	3,526	188	5,72	0,78	5,722
139	3,2	-0,394	3,202	189	3,82	0,063	3,818
140	4,32	0,317	4,321	190	4,02	0,172	4,016
141	3,48	-0,159	3,48	191	2,9	-0,732	2,897
142	4,62	0,439	4,622	192	3,69	-0,016	3,689
143	3	-0,609	2,998	193	2,96	-0,658	2,956
144	3,34	-0,269	3,342	194	4,06	0,196	4,062
145	4,23	0,277	4,231	195	2,78	-0,898	2,776
146	4,16	0,245	4,163	196	3,44	-0,192	3,437
147	3,14	-0,451	3,143	197	3,52	-0,134	3,515
148	3,25	-0,351	3,247	198	2,81	-0,843	2,815
149	3,42	-0,208	3,417	199	4	0,163	3,999
150	2,46	-1,415	2,459	200	3,06	-0,537	3,062

Tabla 4-1. Datos transformados y originales del CBR “in situ” (cont.)

n	Datos Originales	Transformación Johnson (Calculado)	Función Transformación Inversa
201	4,04	0,184	4,041
202	3,25	-0,349	3,25
203	4,22	0,271	4,219
204	2,85	-0,801	2,845
205	3,88	0,096	3,875
206	3,77	0,037	3,774
207	4,06	0,193	4,058
208	2,75	-0,941	2,747
209	4	0,166	4,005
210	2,7	-1,021	2,695
211	4,44	0,365	4,435
212	3,1	-0,493	3,103
213	2,98	-0,632	2,978
214	3,29	-0,313	3,29
215	3,89	0,105	3,892
216	3,68	-0,022	3,678
217	4,58	0,424	4,582
218	2,61	-1,163	2,607
219	3,43	-0,199	3,428
220	5,4	0,694	5,402
221	4,15	0,237	4,147
222	2,13	-1,94	2,135
223	1,4	-2,691	1,396
224	2,6	-1,178	2,598
225	2,57	-1,226	2,569
226	2,36	-1,586	2,36
227	2,84	-0,815	2,835
228	4,21	0,269	4,214
229	2,57	-1,224	2,571
230	2,39	-1,532	2,391
231	2,41	-1,506	2,407
232	2,77	-0,904	2,772
233	2,88	-0,758	2,877
234	3,13	-0,46	3,135
235	2,78	-0,894	2,779
236	3,97	0,148	3,971
237	2,55	-1,252	2,554
238	2,3	-1,683	2,302
239	2,57	-1,224	2,571
240	3,29	-0,311	3,293
241	2,51	-1,325	2,511
242	2,52	-1,317	2,516
243	2,74	-0,95	2,741
244	2,57	-1,231	2,566
245	3,55	-0,112	3,546
246	2,29	-1,703	2,289
247	3,29	-0,311	3,293
248	3,28	-0,322	3,281
249	2,22	-1,807	2,224



ANEXOS

Anexo A. Base de datos

Tabla A-1. Base de datos utilizada.

n	Cantón	CBR	n	Cantón	CBR	n	Cantón	CBR
1	Belén	3,460	46	Montes de Oca	12,324	91	Orotina	3,331
2	Belén	2,510	47	Montes de Oca	4,848	92	Orotina	9,111
3	Belén	2,510	48	Montes de Oca	3,620	93	Orotina	9,999
4	Belén	2,480	49	Montes de Oca	3,689	94	Orotina	9,983
5	Belén	10,150	50	Montes de Oca	3,278	95	Orotina	2,628
6	Belén	2,540	51	Montes de Oca	4,281	96	Orotina	9,155
7	Belén	7,810	52	Montes de Oca	3,624	97	Orotina	3,236
8	Belén	3,800	53	Montes de Oca	3,880	98	Orotina	3,223
9	Belén	11,800	54	Montes de Oca	3,228	99	Orotina	3,173
10	Belén	18,050	55	Montes de Oca	3,374	100	Orotina	5,396
11	Cartago	8,514	56	Montes de Oca	2,617	101	San Ramón	12,000
12	Cartago	4,428	57	Montes de Oca	3,992	102	San Ramón	4,000
13	Cartago	4,031	58	Montes de Oca	5,302	103	San Ramón	7,000
14	Cartago	3,356	59	Montes de Oca	2,625	104	San Ramón	12,000
15	Cartago	12,601	60	Montes de Oca	4,495	105	San Ramón	9,000
16	Cartago	3,211	61	Montes de Oca	13,688	106	San Ramón	7,000
17	Cartago	4,765	62	Montes de Oca	4,321	107	Liberia	3,270
18	Cartago	3,856	63	Moravia	7,290	108	Liberia	20,490
19	Cartago	6,694	64	Moravia	4,660	109	Liberia	4,020
20	Cartago	3,459	65	Moravia	2,880	110	Liberia	4,020
21	Cartago	5,519	66	Moravia	7,490	111	Liberia	3,470
22	Cartago	4,139	67	Moravia	6,840	112	Liberia	5,720
23	Cartago	4,721	68	Moravia	5,000	113	Liberia	2,640
24	Cartago	6,913	69	Moravia	4,610	114	Liberia	3,470
25	Cartago	13,074	70	Moravia	11,560	115	Montes de Oro	5,722
26	Flores	13,470	71	Moravia	3,640	116	Montes de Oro	3,818
27	Flores	9,180	72	Moravia	3,180	117	Montes de Oro	4,016
28	Flores	7,540	73	Moravia	9,900	118	Montes de Oro	2,897
29	Flores	9,680	74	Moravia	3,740	119	Cañas	4,609
30	Flores	11,880	75	Moravia	6,020	120	Cañas	5,354
31	Flores	10,740	76	Moravia	10,660	121	Cañas	3,425
32	Flores	13,310	77	Moravia	3,240	122	Cañas	5,529
33	Flores	6,490	78	Moravia	4,200	123	Cañas	5,838
34	Flores	9,810	79	Moravia	3,710	124	Cañas	15,165
35	Flores	10,340	80	Moravia	9,840	125	Cañas	4,557
36	Flores	9,800	81	Moravia	2,750	126	Carrillo	3,777
37	Flores	13,340	82	Moravia	6,310	127	Carrillo	5,063
38	Flores	6,070	83	Moravia	6,270	128	Carrillo	5,013
39	Montes de Oca	4,990	84	Moravia	2,470	129	Carrillo	5,350
40	Montes de Oca	4,001	85	Moravia	5,040	130	Carrillo	5,084
41	Montes de Oca	3,482	86	Moravia	7,640	131	Carrillo	3,434
42	Montes de Oca	4,495	87	Moravia	8,460	132	Carrillo	4,562
43	Montes de Oca	4,809	88	Orotina	12,028	133	Carrillo	11,569
44	Montes de Oca	2,806	89	Orotina	6,456	134	Carrillo	3,557
45	Montes de Oca	12,246	90	Orotina	3,390	135	Carrillo	3,269

Tabla A-1. Base de datos utilizada (cont.)

n	Cantón	CBR	n	Cantón	CBR	n	Cantón	CBR
136	Turrubares	4,983	181	Paraíso	2,524	226	Grecia	2,360
137	Turrubares	3,337	182	Paraíso	3,460	227	Grecia	2,835
138	Turrubares	3,526	183	Paraíso	2,803	228	Grecia	4,214
139	Turrubares	3,202	184	Paraíso	2,994	229	Grecia	2,571
140	Turrubares	4,321	185	Paraíso	8,085	230	Grecia	2,391
141	Turrubares	3,480	186	Paraíso	2,108	231	Grecia	2,407
142	Turrubares	4,622	187	Paraíso	3,092	232	Grecia	2,772
143	Turrubares	2,998	188	Miramar	5,722	233	Grecia	2,877
144	Turrubares	3,342	189	Miramar	3,818	234	Grecia	3,135
145	Turrubares	4,231	190	Miramar	4,016	235	Grecia	2,779
146	Turrubares	4,163	191	Miramar	2,897	236	Grecia	3,971
147	Turrubares	3,143	192	Miramar	3,689	237	Grecia	2,554
148	Turrubares	3,247	193	Santa Cruz	2,956	238	Grecia	2,302
149	Turrubares	3,417	194	Santa Cruz	4,062	239	Grecia	2,571
150	Zarcero	2,459	195	Santa Cruz	2,776	240	Grecia	3,293
151	Zarcero	1,930	196	Santa Cruz	3,437	241	Grecia	2,511
152	Zarcero	2,554	197	Santa Cruz	3,515	242	Grecia	2,516
153	Zarcero	3,138	198	Santa Cruz	2,815	243	Grecia	2,741
154	Zarcero	2,932	199	Santa Cruz	3,999	244	Grecia	2,566
155	Zarcero	3,420	200	Santa Cruz	3,062	245	Grecia	37,555
156	Zarcero	2,435	201	Santa Cruz	4,041	246	Grecia	3,546
157	Zarcero	2,759	202	Santa Cruz	3,250	247	Grecia	2,289
158	Zarcero	2,248	203	Santa Cruz	4,219	248	Grecia	3,293
159	Zarcero	2,697	204	Santa Cruz	2,845	249	Grecia	3,281
160	Zarcero	2,982	205	Santa Cruz	3,875	250	Grecia	2,224
161	Zarcero	2,324	206	Santa Cruz	3,774			
162	Zarcero	2,913	207	Santa Cruz	4,058			
163	Zarcero	0,639	208	Santa Cruz	2,747			
164	Zarcero	3,884	209	Santa Cruz	4,005			
165	Zarcero	2,691	210	Santa Cruz	2,695			
166	Zarcero	2,405	211	San Mateo	4,435			
167	Zarcero	2,105	212	San Mateo	3,103			
168	Zarcero	1,204	213	San Mateo	2,978			
169	Zarcero	2,972	214	San Mateo	3,290			
170	Paraíso	2,738	215	San Mateo	3,892			
171	Paraíso	2,795	216	San Mateo	3,678			
172	Paraíso	3,140	217	San Mateo	4,582			
173	Paraíso	1,795	218	San Mateo	2,607			
174	Paraíso	2,765	219	San Mateo	3,428			
175	Paraíso	7,622	220	San Mateo	5,402			
176	Paraíso	2,846	221	San Mateo	4,147			
177	Paraíso	8,121	222	San Mateo	2,135			
178	Paraíso	3,512	223	Grecia	1,396			
179	Paraíso	2,956	224	Grecia	2,598			
180	Paraíso	3,037	225	Grecia	2,569			

Anexo B. Ejemplos de distribuciones - tipos de simetrías y modas en las distribuciones

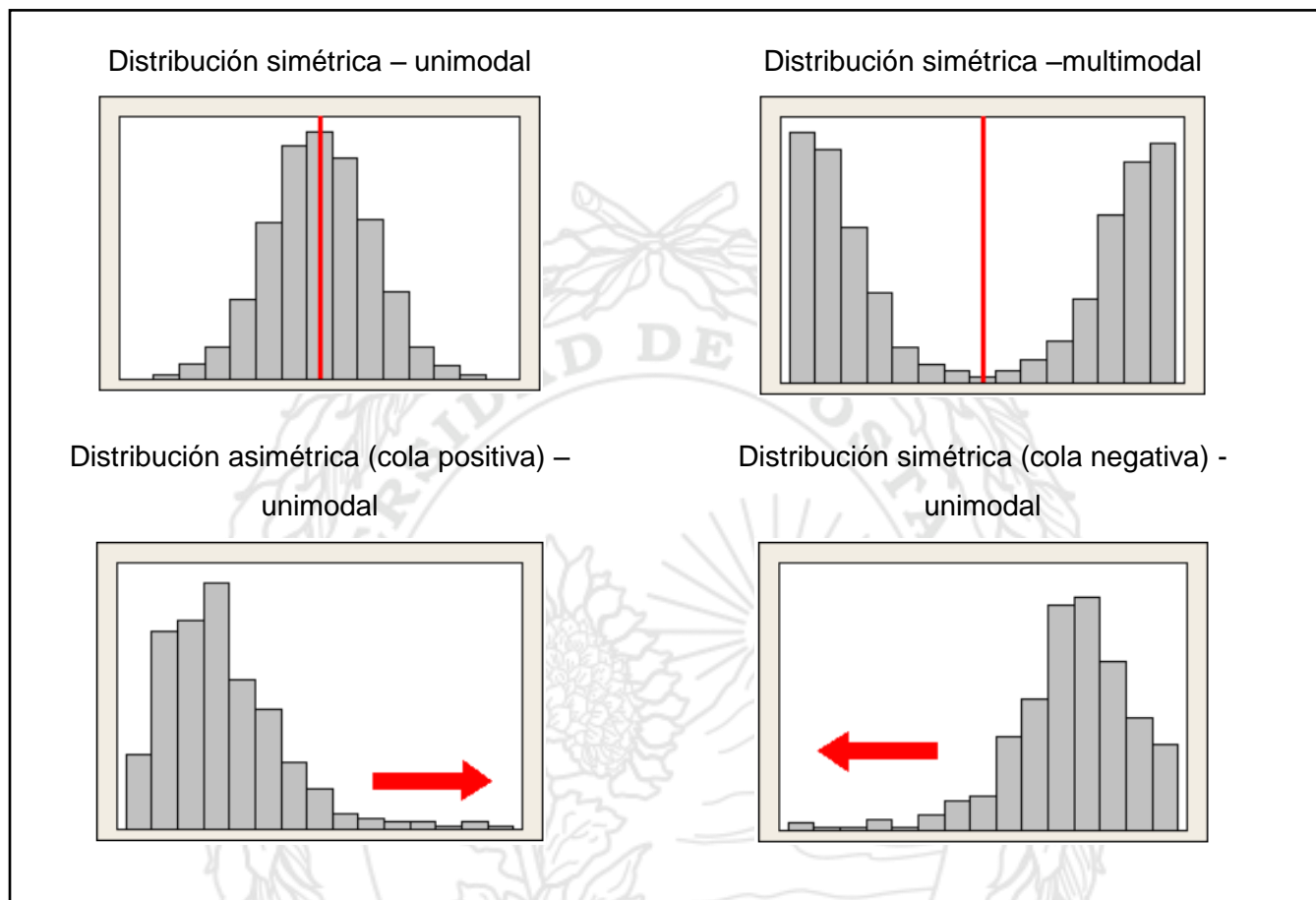


Figura B-1. Ilustración de distribuciones simétricas, asimétricas, modales y multimodales.

Fuente: Minitab 16.

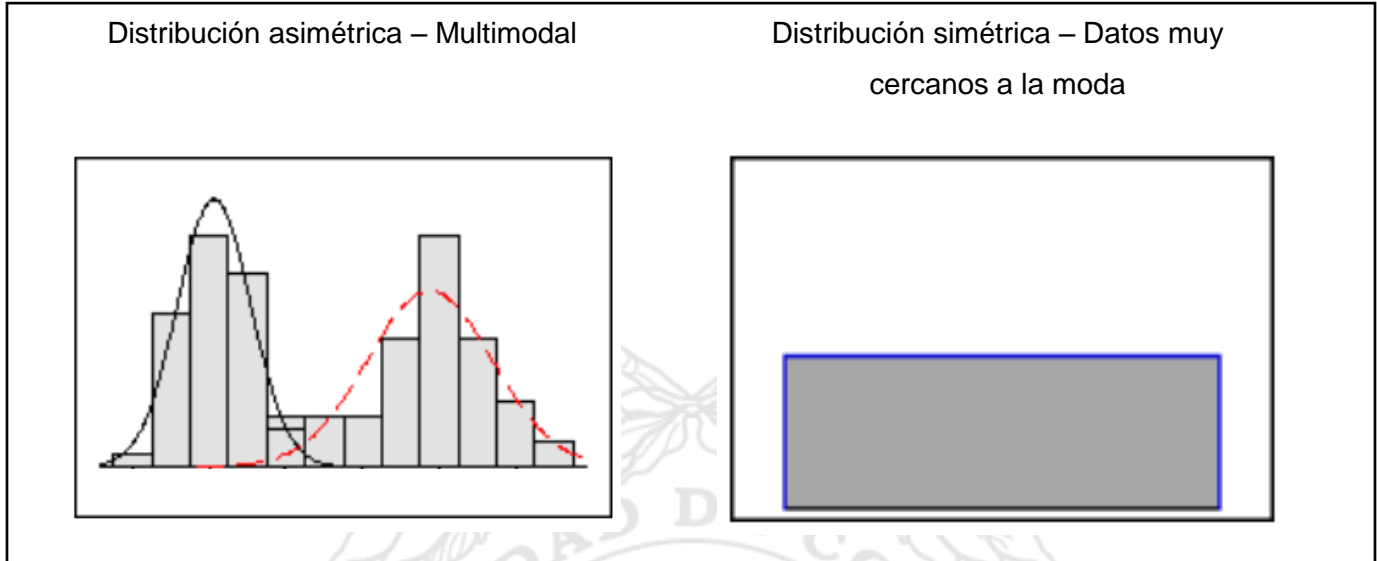


Figura B-2. Ilustración de distribuciones simétricas, asimétricas, multimodales y con datos cercanos a la moda (población uniforme).

Fuente: Minitab 16.

